10

CIRCUITI ELETTRONICI RETROAZIONATI

ASPETTI FONDAMENTALI

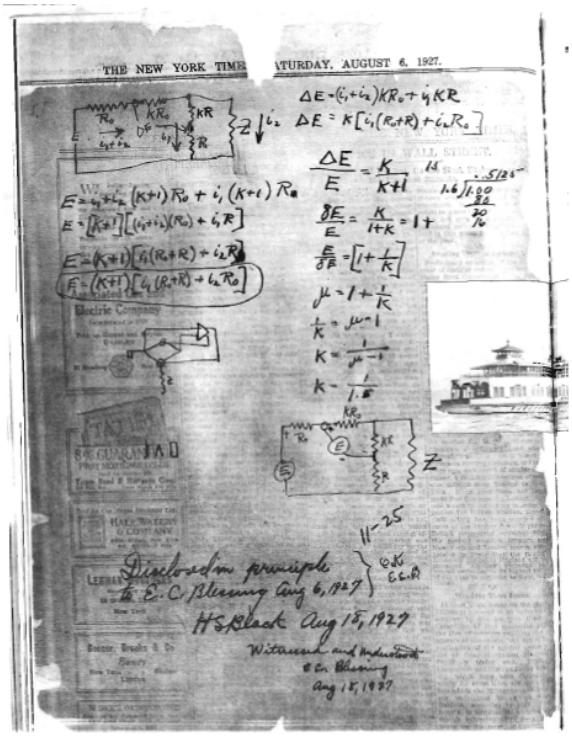
10.1 L'INVENZIONE DELLA RETROAZIONE NEGATIVA

L'idea della reazione negativa venne all'americano Harold S. Black il martedì mattina del 6 agosto 1927, mentre attraversava il fiume Hudson sul battello Lackawanna per recarsi al lavoro a Manhattan. Aveva 29 anni e da sei lavorava come ingegnere nei laboratori della compagnia telefonica americana, i *Bell Telephone Laboratories*. L'oggetto della ricerca erano i sistemi per comunicazione telefonica su grande distanza, con l'obiettivo di arrivare ad apparati che permettessero un collegamento efficiente tra le due coste degli Stati Uniti e tra gli Stati Uniti e l'Europa. Le difficoltà che si dovevano affrontare erano legate non solo alla qualità dei componenti impiegati, ma soprattutto al fatto che non si sapeva come progettare amplificatori sufficientemente stabili e lineari, che non producessero distorsioni eccessive dei segnali. Infatti, le non linearità degli elementi che componevano gli amplificatori, in primo luogo dei tubi elettronici (oggi si penserebbe alla relazione esponenziale nei transistori bipolari o a quella quadratica nei MOSFET), si traducevano nella generazione di armoniche indesiderate nel segnale di uscita; inoltre le variazioni delle caratteristiche degli stessi elementi, per effetto della temperatura o dell'invecchiamento, determinavano un continuo cambiamento delle prestazioni degli amplificatori, in particolare del loro guadagno. L'obiettivo della ricerca di H. S. Black era il miglioramento delle prestazioni degli amplificatori posti come ripetitori lungo le linee telefoniche, in modo da poter trasmettere simultaneamente sulla stessa linea più canali per lunghe tratte. Ben presto egli si rese conto che le caratteristiche richieste ad un amplificatore per garantire queste prestazioni erano così stringenti che non si poteva pensare di ottenerle apportando semplicemente dei perfezionamenti alle topologie circuitali esistenti. Era necessaria un' idea completamente nuova.

L'idea venne la mattina del 6 agosto 1927 ed Harold S. Black schizzò su di una pagina del New York Times il diagramma di un circuito reazionato negativamente (del tutto analogo a quello della Fig.10.1*b*) e ne ricavò le proprietà fondamentali (eq.10.1-10.5). Firmò i suoi appunti in fondo alla pagina del giornale e, appena arrivato in laboratorio, li mostrò al suo direttore, Earl C. Blessing. Questi, convintosi dell'importanza dell'invenzione, firmò anch'egli a pié di pagina quale testimone. Quegli appunti riassumevano l'idea che sia la controllabilità dell'amplificazione che le distorsioni del segnale amplificato potevano essere estremamente migliorate se il segnale all'uscita del circuito veniva riportato in ingresso e sommato in controfase con il segnale applicato. Quattro giorni più tardi H. S. Black mise in chiaro gli effetti della reazione sulle impedenze di ingresso e di uscita di un circuito, con ciò ottenendo anche un altro importante obiettivo: quello di fissare e stabilizzare le impedenze dell'amplificatore per adattarle perfettamente a quelle dei cavi di trasmissione del segnale. Il 29 dicembre dello stesso anno, egli verificò sperimentalmente per la prima volta le caratteristiche dei sistemi reazionati negativamente, misurando una riduzione della distorsione di un fattore 100.000 su segnali di ingresso compresi tra 4 e 45 kHz, utilizzando il primo amplificatore reazionato negativamente della storia.

Benché la richiesta di brevetto dell'invenzione fosse stata inoltrata allo U.S. Patent Office fin dall'anno successivo, ci vollero più di 9 anni per arrivare alla sua definitiva approvazione (21 dicembre 1937, No. 2.102.671). Una delle ragioni del ritardo è da attribuirsi al fatto che il concetto era così originale e contrario al modo di pensare corrente che inizialmente l'ufficio brevetti non credette nella bontà dell'invenzione. Inoltre, la documentazione per il brevetto era estremamente lunga e particolareggiata (84 pagine in tutto, comprendenti il testo e 75 figure illustrative). Infatti, giacché l'invenzione apriva un campo di progettazione completamente nuovo, vi erano descritti tutti i princìpi del funzionamento degli amplificatori reazionati negativamente. La maggior parte del testo del brevetto è stato scritto da H.S. Black in persona.

Come vedremo, la retroazione negativa in generale stabilizza il guadagno di un circuito, ne migliora l'impedenza di ingresso e di uscita, riduce le distorsioni e ottimizza il comportamento in frequenza. In poche parole, essa permette di progettare circuiti lineari accurati, stabili e con caratteristiche predefinite. Oggigiorno, praticamente tutti i circuiti elettronici lineari sono circuiti reazionati.



10.2 PROPRIETÀ GENERALI DEI CIRCUITI REAZIONATI

Consideriamo il sistema della Fig.10.1*a*, costituito da un amplificatore unidirezionale con funzione di trasferimento A(s). In tale circuito le variazioni dei parametri dei suoi componenti (per effetto della temperatura o della sostituzione dei componenti) si riflettono in variazioni delle sue prestazioni, alterandone continuamente punto di polarizzazione, guadagno, posizione dei poli *etc*. Inoltre, le non linearità degli elementi che lo compongono si traducono nella generazione di armoniche non desiderate, che sono amplificate e compaiono nel segnale di uscita.

Per ovviare a questi inconvenienti il circuito può essere modificato come indicato nella Fig.10.1*b*, aggiungendo uno stadio, caratterizzato dalla funzione di trasferimento F(s), che rileva il valore della grandezza di uscita, s_u, e genera un segnale, f, ad essa proporzionale. Tale segnale, detto **segnale di reazione**, è *confrontato* con il valore della grandezza in ingresso, s_{in}, in un **nodo** posto all'ingresso, con l'idea di modificare l'effettivo comando dello stadio A(s) dal valore iniziale pari a s_{in} ad un valore, indicato con ε, che sintetizza il risultato di questo confronto. Il sistema così ottenuto è detto **sistema reazionato**. I suoi elementi caratteristici, cioè il **blocco di andata**, A(s), ed **il ramo di reazione**, F(s), individuano un anello, detto **anello di reazione**. Si noti che il prodotto A(s)·F(s) è adimensionale ed è chiamato **guadagno d'anello, G_{loop}(s).**

Vediamo perché questa modifica migliora le cose. Con riferimento alla Fig.10.1*b*, i bilanci ai nodi conducono alle seguenti relazioni:

$$\varepsilon = s_{in} + s_u \cdot F(s) \ ,$$
$$s_u = \varepsilon \cdot A(s)$$

da cui si ricavano le relazioni fondamentali della pagina seguente.

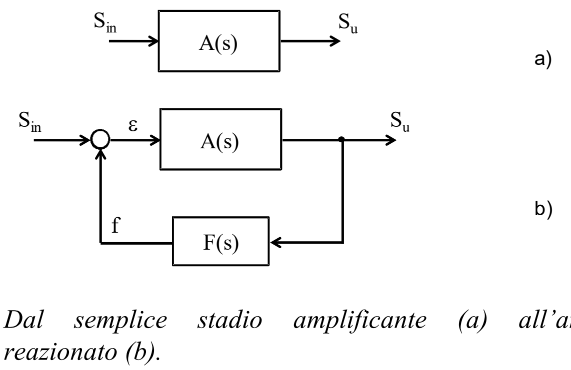


Fig. 10.1 *Dal semplice stadio amplificante (a) all'amplificatore reazionato (b).*

Sostituendo la seconda nella prima, si ottiene l'espressione del segnale che comanda l'amplificatore di andata :

$$\varepsilon = \frac{s_{in}}{1 - A(s)F(s)} = \frac{s_{in}}{1 - G_{loop}(s)} \ , \qquad (10.1)$$

dove si vede che ***il segnale ε che effettivamente comanda l'amplificatore A(s) di andata tende ad essere tenuto piccolo dalla retroazione*** ($\varepsilon \cong 0$ se G_{loop} grande).

Dal sistema si ottiene anche l'espressione del segnale di reazione:

$$f = \varepsilon \cdot A(s) \cdot F(s) = \frac{s_{in} G_{loop}(s)}{1 - G_{loop}(s)} \ . \qquad (10.2)$$

dove si vede che ***il segnale effettivamente richiamato dal circuito attraverso il ramo di retroazione tende a coincidere con il segnale applicato all'ingresso*** ($f \cong S_{in}$ se G_{loop} grande).

Sostituendo la prima nella seconda, si ottiene l'espressione della funzione di trasferimento dell'amplificatore reazionato:

$$G(s) = \frac{s_u}{s_{in}} = \frac{A(s)}{1 - A(s)F(s)} = \frac{A(s)}{1 - G_{loop}(s)} \qquad (10.3)$$

dove si vede che ***il segnale di uscita è effettivamente molto più piccolo di quello che si avrebbe senza la retroazione***. Nel caso in cui $|G_{loop}| = |A(s) \cdot F(s)| >> 1$, l'espressione del trasferimento della (10.3) si semplifica in:

$$G_{id}(s) = \frac{s_u}{s_{in}} \cong -\frac{1}{F(s)} \qquad (10.4)$$

Dove si vede che ***il trasferimento del segnale dall'ingresso all'uscita tende a non dipendere più dal blocco di andata A(s) ma solo dalle caratteristiche del collegamento di retroazione F(s)***. Questo è proprio il risultato a cui aspiravamo fin dall'inizio (ricordiamoci infatti che A(s) contiene tutte le brutture che vorremmo eliminare) e per questo il guadagno (10.4) può essere considerato "ideale" e quindi indicato con il pedice "id".
Si noti anche che se moltiplicassimo e dividessimo per F(s) la (10.3) otterremmo una forma interessante di G(s):

$$G(s) = \frac{1}{F(s)} \cdot \frac{A(s)F(s)}{1 - A(s)F(s)} = G_{id}(s) \frac{-G_{loop}(s)}{1 - G_{loop}(s)} \qquad (10.5)$$

Essa è molto comoda perché richiede la conoscenza solo di $G_{id}(s)$ e di $G_{loop}(s)$ entrambe facili da calcolare, a differenza di A(s) ed F(s) che sono nella pratica più difficili da calcolare

Nei prossimi paragrafi approfondiremo le molte implicazioni pratiche di queste proprietà, tali da permettere di realizzare in maniera relativamente semplice circuiti elettronici retroazionati dalle caratteristiche molto interessanti.

Robustezza alle variazioni del guadagno. E' possibile ora apprezzare la robustezza della funzione di trasferimento di un amplificatore reazionato alle variazioni dei parametri del blocco d'andata. Differenziando la (10.3) rispetto ad A si ottiene:

$$\frac{dG}{G} = \frac{dA}{A} \frac{1}{1 - G_{loop}} \tag{10.6}$$

dove si vede che **la variazione percentuale del trasferimento d'andata A(s) influenzi sempre meno il trasferimento G dell'intero sistema quanto più $|G_{loop}|$ è grande.** In definitiva, in un sistema reazionato negativamente, la riduzione del guadagno G di un fattore pari ad $(1-G_{loop})$ rispetto a quello del blocco d'andata consente di rendere il circuito meno sensibile alle variazioni di A, proprio in ragione dello stesso fattore.

È importante sottolineare come la reazione negativa renda il trasferimento meno sensibile alle variazioni dei parametri del blocco di andata A(s), ma nessun effetto benefico essa ha rispetto alla variazione della funzione di trasferimento F(s) del blocco di reazione. Infatti, in base alla (10.4) è proprio la funzione di trasferimento F(s) che determina da ultimo la funzione di trasferimento del sistema. Quindi, perché il trasferimento dell'amplificatore reazionato sia riproducibile, stabile e non distorcente occorre preoccuparsi della riproducibilità, stabilità e linearità dei componenti della funzione di trasferimento F(s). Nella pratica questa condizione è soddisfatta realizzando il ramo di reazione con soli componenti passivi, come resistori o condensatori, con tolleranze spinte. L'amplificazione A(s) del blocco d'andata deve esclusivamente garantire un guadagno d'anello elevato alle frequenze di interesse, senza che fortunatamente si manifesti nella funzione di trasferimento complessiva.

NOTA di PROGETTO

Si supponga di dover realizzare un amplificatore elettronico con un guadagno di 100 ed una stabilità del guadagno migliore di ±0.1%.

Se si pensasse di realizzare un simile amplificatore ad *anello aperto*, adottando cioè lo schema della Fig.10.1*a*, tutte le sue caratteristiche dipenderebbero drasticamente dai parametri dei transistori e degli elementi passivi utilizzati, dalla loro variazione con la temperatura, etc., e quindi si sarebbe costretti ad utilizzare componenti scelti uno ad uno ed a stabilizzarne singolarmente il punto di lavoro.
L'alternativa a questa soluzione è data da un circuito reazionato negativamente secondo lo schema della Fig.10.1*b*. Ricordando che :

$$G = \frac{A}{1 - G_{loop}} = 100 \qquad \frac{\partial G}{G} = \frac{\partial A/A}{1 - G_{loop}} = 0.1\%$$

è molto più facile ed economico realizzare un amplificatore con guadagno di $5 \cdot 10^4 \pm 50\%$ ($A = 5 \cdot 10^4$ e $\delta A/A = 50\%$) e reazionarlo negativamente con un $G_{loop} = 500$ ottenendo un amplificatore con i requisiti desiderati :

$$G = \frac{50000}{501} = 100 \qquad \frac{\partial G}{G} = \frac{50\%}{501} = 0.1\%$$

.

10.3 REAZIONE NEGATIVA E REAZIONE POSITIVA

È opportuno approfondire il significato delle (10.1) e seguenti in funzione del segno del guadagno di anello, G_{loop}. Esso ha infatti una importanza fondamentale nel definire le caratteristiche del circuito reazionato.

Si supponga che i due trasferimenti A ed F siano di segno discorde, ad es. A>0 ed F<0. Di conseguenza $G_{loop}<0$. Se a questo circuito si applica in ingresso un segnale s_{in} a gradino positivo (Fig.10.2*a*), il blocco di andata eroga in uscita un segnale positivo. La variazione dell'uscita genera un segnale di reazione *f* che giunge al nodo di ingresso con segno opposto al segnale forzante e va a sottrarsi ad esso ($\varepsilon<s_{in}$). Tale tipo di reazione, in cui *il segnale di reazione tende a ridurre la frazione di segnale di ingresso effettivamente applicata allo stadio amplificante di andata,* è chiamata **reazione negativa**. La reazione è negativa tutte le volte che il prodotto A·F è negativo, ovvero quando il guadagno di anello G_{loop} è negativo.

Qualora invece i due blocchi che costituiscono l'anello avessero un guadagno dello stesso segno, per es. A>0 ed F>0 (Fig.10.2*b*), tali quindi da determinare $G_{loop}>0$, il segnale riportato al nodo di ingresso avrebbe lo stesso segno del segnale forzante ed andrebbe a sommarsi ad esso ($\varepsilon>s_{in}$). Un sistema con queste caratteristiche è detto a **reazione positiva**, e lo si ottiene tutte le volte che il prodotto A·F è positivo, ovvero quando il guadagno di anello è positivo.

Sia i circuiti reazionati negativamente che quelli reazionati positivamente trovano applicazione nei sistemi elettronici. Alla prima categoria appartengono per esempio gli amplificatori ed i filtri; alla seconda gli oscillatori ed i generatori di *clock*. In seguito ci limiteremo a considerare solo circuiti reazionati negativamente.

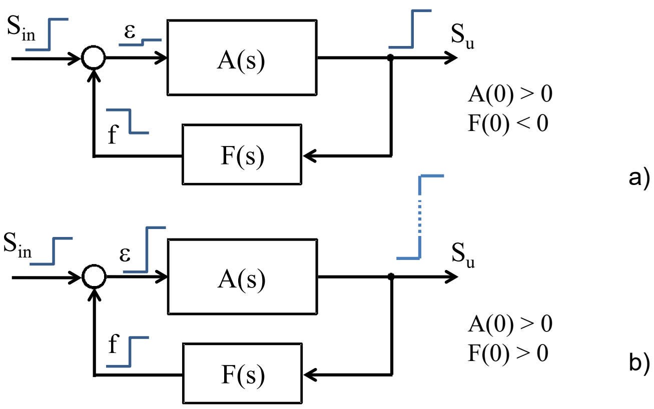


Fig. 10.2 *(a) Sistema reazionato negativamente con A(0)>0 e F(0)<0 e (b) sistema reazionato positivamente con A(0)>0 e F(0)>0.*

L'instabilità di un circuito reazionato positivamente potrebbe sembrare non trovare riscontro nella (10.1) e seguenti. Per comprenderla è indispensabile tener presente che in un qualsiasi sistema reale esiste almeno un elemento reattivo e quindi un polo ad esso associato. Ponendo quindi al posto di A(s) nella (10.1) l'espressione $A(s)=A_0/(1+s\tau)$ e supponendo F(s) costante:

$$G(s) = \frac{\frac{A_0}{1+s\tau}}{1-\frac{A_0}{1+s\tau}\cdot F} = \frac{A_0}{1-A_0\cdot F}\cdot\frac{1}{1+s\frac{\tau}{1-A_0\cdot F}}$$

Se $G_{loop}(0)=A_0 \cdot F>1$ il polo della rete sarebbe reale e positivo, per cui la risposta del sistema ad un qualunque stimolo applicato all'ingresso sarebbe esponenziale crescente e quindi divergente. In questi *circuiti reazionati positivamente* un qualunque disturbo farebbe divergere esponenzialmente il segnale d'uscita fino a che alcuni dei componenti attivi non escano dalla loro zona di funzionamento lineare ed il sistema satura, ovvero la sua variabile di uscita raggiunge un valore massimo o minimo che rimane costante.
Se invece $G_{loop}(0)=A_0 \cdot F<1$ il polo della rete sarebbe reale e negativo, dando una risposta esponenziale decrescente ad un qualunque stimolo applicato all'ingresso, realizzando un *circuito reazionato negativamente*. Nel seguito tratteremo esclusivamente circuiti di questo tipo.

10.4 FUNZIONAMENTO DI UN CIRCUITO REAZIONATO

Le proprietà elementari dei sistemi reazionati viste fino ad ora e ricavate avvalendosi degli schemi a blocchi della Fig.10.1b, si fondano sulla ipotesi che i singoli componenti dell'anello, rappresentati con A(s) e F(s), siano **unidirezionali**. Cioè si suppone che il segnale possa propagarsi solo dall'ingresso di ciascun blocco alla relativa uscita, seguendo il verso di percorrenza dell'anello di reazione.
Purtroppo i circuiti elettronici reali mal si adattano a questa schematizzazione perché il blocco di reazione, F(s), è spesso una partizione di resistenze (o comunque una composizione di componenti passivi, come abbiamo visto per avere un trasferimento stabile e lineare) e quindi costituito da componenti intrinsecamente bidirezionali. Inoltre è ben difficile individuare singolarmente le funzioni di trasferimento A(s) ed F(s) di un circuito reale. Infatti gli elementi che costituiscono il blocco di reazione, che sono stati concentrati in F(s), spesso intervengono a determinare anche il valore di A(s) e viceversa. Per questi motivi i circuiti elettronici reazionati reali necessitano di un metodo di analisi più specifico. Vediamo quindi come farci guidare dalle espressioni (10.1), (10.2), (10.3) e (10.4) nell'analisi e nella realizzazione di un circuito retroazionato reale senza doverci obbligare a schematizzare il circuito nei blocchi A(s) e F(s).

10.4.1 Circuiti retroazionati ad operazionali

Esempio 1 - Si consideri di avere a disposizione un amplificatore operazionale avente un guadagno A_0 molto grande. Se si applicasse un gradino v_{in} positivo al morsetto non invertente dell'OpAmp della Fig.10.3a, il segnale applicato farebbe aumentare la tensione di comando v_ε dell'operazionale e porterebbe l'uscita v_u a salire in tensione, come pure il punto intermedio del partitore R1 e R2.
Guidati dalla relazione (10.2) che ci dice che una buona retroazione negativa deve tendere ad annullare il comando ε dello stadio di andata, nel nostro caso

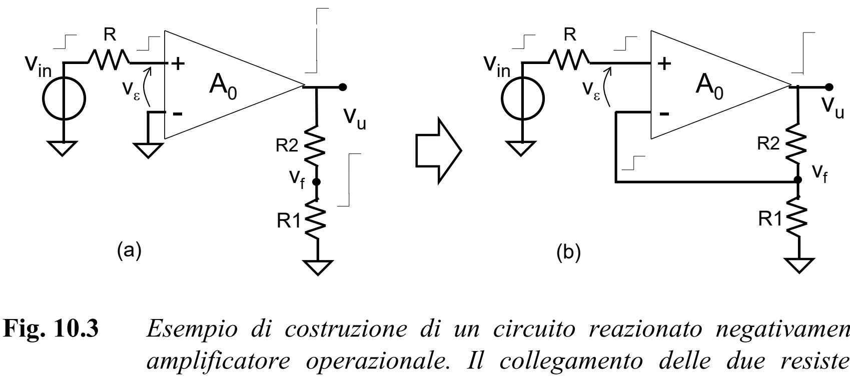


Fig. 10.3 *Esempio di costruzione di un circuito reazionato negativamente con amplificatore operazionale. Il collegamento delle due resistenze al morsetto invertente è motivato dalla necessità di ridurre v_ε.*

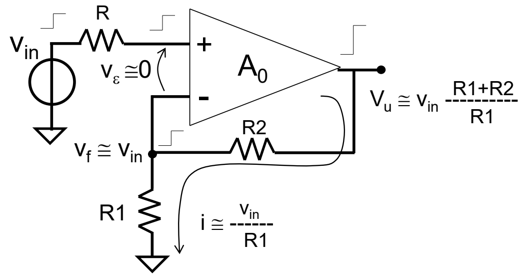


Fig. 10.4 *Comportamento dell'amplificatore reazionato della Fig.10.3 nel caso in cui G_{loop} sia elevatissimo, equivalente ad un guadagno differenziale A_0 dell'operazionale elevatissimo.*

coincidente con v_ε , dobbiamo fare in modo che il morsetto invertente dell'OpAmp possa salire anch'esso in tensione. Questo può essere fatto collegandolo semplicemente al partitore come nella Fig.10.3b. Il segnale di tensione positivo v_f *contrasta* infatti l'aumento di v_ε inizialmente impresso dal segnale di ingresso. Il circuito è quindi *reazionato negativamente* poiché la reazione tende a ridurre il segnale di comando. La maglia di ingresso realizza concretamente il nodo sommatore della Fig.10.1*b*.

La situazione limite viene raggiunta quando il segnale di comando v_ε dell'operazionale viene ridotto ad un infinitesimo, cioè quando il segnale v_f riportato dalla rete di reazione al nodo invertente dell'OpAmp eguaglia il segnale v_{in} applicato all'ingresso. In base alle (10.2) e (10.3) questa condizione si verifica quando il guadagno di anello del circuito G_{loop} tende ad essere elevatissimo. In questa condizione $v_\varepsilon \cong 0$. Ciò ha come conseguenza (Fig.10.4) che il nodo invertente dell'operazionale viene ad avere lo stesso valore del segnale di ingresso ovvero $v_f = v_{in}$.

A questo punto il segnale di corrente in R_1, $v_f/R_1 = v_{in}/R_1$, fluisce anche in R_2 e determina l'effettiva tensione di segnale in uscita, v_u, riferita a massa, come:

$$v_u \cong v_{in} \frac{R_2 + R_1}{R_1} \tag{10.7}$$

Il circuito della Fig.10.4 è quindi un amplificatore di tensione il cui valore di guadagno, in accordo con la (10.4), non dipende dai parametri dell'amplificatore di andata (il guadagno A_0 dell'operazionale) ma solo dagli elementi resistivi esterni R_2 ed R_1 che costituiscono la rete di retroazione e quindi stabile e lineare. Bellissimo !!

Esempio 2 - E' interessante notare come semplici modifiche topologiche al circuito della Fig.10.3 possano portare ad un circuito reazionato con caratteristiche del tutto diverse. Si prenda ad esempio il circuito della Fig.10.5a che differisce dal precedente per il fatto che il segnale di ingresso è applicato al morsetto invertente tramite la resistenza R_1 invece che al morsetto non invertente tramite R (che di conseguenza viene posta a massa). Applicato un segnale di tensione positivo v_{in}, esso verrà a presentarsi all'ingresso invertente dell'operazionale. Essendo il potenziale dell'altro morsetto di ingresso dell'operazionale fisso al potenziale di massa perchè in R non può scorrere corrente, la frazione coincide con il segnale v_ε applicato tra i due ingressi dell'operazionale. Per come è applicato, questo segnale viene amplificato e determina una diminuzione del potenziale del nodo d'uscita.

Di nuovo guidati dalla relazione (10.2) che ci dice che una buona retroazione negativa deve tendere ad annullare il comando v_ε dello stadio di andata, abbiamo ora a disposizione all'uscita un segnale negativo. Per usarlo correttamente per contrastare v_ε dobbiamo collegarlo al morsetto invertente dell'OpAmp, inizialmente portato positivo dal nostro segnale, affinchè venga riportato indietro al valore iniziale. Questo può essere fatto collegando il partitore come nella Fig.10.5b. Il segnale di tensione negativo v_f *contrasta* infatti la variazione positiva di v_ε inizialmente impresso dal segnale di ingresso, riportandolo in giù. Il circuito è quindi reazionato negativamente poiché la reazione tende a riazzerare la tensione v_ε di comando dello stadio amplificante rispetto alla variazione iniziale impressa prima che la reazione intervenga. Al limite, per guadagno di anello tendente all'infinito, la variazione della tensione del morsetto invertente tende ad essere proprio nulla (Fig.10.6) e quindi $v_\varepsilon.\cong 0$.

L'applicazione del segnale v_{in} determina allora una prefissata iniezione di corrente

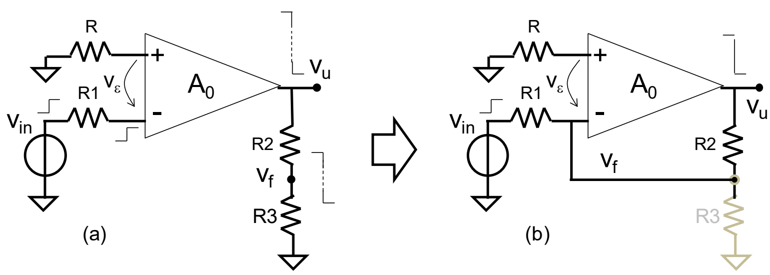


Fig. 10.5 *Esempio di costruzione di un circuito reazionato negativamente quando il segnale di ingresso è applicato al morsetto invertente di un OpAmp. Il collegamento di retroazione al morsetto invertente è motivato dalla necessità di ridurre v_ε. R3 viene tolta perché tra due punti che non si muovono in tensione.*

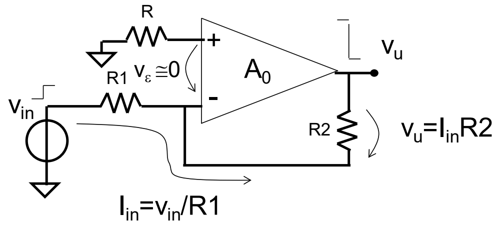


Fig. 10.6 *Comportamento dell'amplificatore reazionato della Fig.10.5 nel caso in cui G_{loop} sia infinito.*

attraverso R_1 pari a

$$i_{in} \cong \frac{v_{in}}{R_1}$$

la quale verrà richiamata dalla diminuzione del potenziale dell'uscita a scorrere attraverso R_2. La caduta di potenziale ai capi di R_2 corrisponde alla variazione v_u cercata del potenziale di uscita, essendo il morsetto invertente fisso in tensione. Pertanto:

$$v_u \cong -i_{in} R_2$$

ed il guadagno di tensione del circuito risulta essere, nell'ipotesi di $G_{loop} \to \infty$,

$$G \cong -\frac{R_2}{R_1} \tag{10.8}$$

Anche in questo caso, la funzione di trasferimento del circuito reazionato non dipende dalle caratteristiche dello stadio di andata ma solo dagli elementi della rete di reazione e sarà quindi stabile e lineare. Di nuovo bellissimo !

Per sottolineare che il potenziale del nodo (1) non varia, esso è detto *nodo di terra virtuale*. Il nome vuole indicare che il nodo (1) non varia il suo potenziale qualunque sia la corrente iniettata, comportandosi come una massa ma, a differenza di una vera massa, esso non assorbe la corrente, ma la rende disponibile lungo un cammino parallelo, che costituisce il ramo di reazione.

10.4.2 Circuiti retroazionati a transistori

Queste prime semplici considerazioni ci hanno introdotto al funzionamento dei circuiti reazionati facendoci toccare con mano la semplicità del ragionamento e l'efficacia del risultato. Vediamolo ora applicato a circuiti a transistore.

Esempio 1 - Per dissipare subito il dubbio che tale metodo si presti efficacemente alla comprensione solo di circuiti semplici, applichiamolo ad un circuito all'apparenza più complicato come quello della Fig.10.7. Si parta da un amplificatore con un guadagno non invertente (Fig.10.7a). Quando si applica un segnale di tensione positivo al morsetto di ingresso, una frazione fa aumentare la tensione Gate-Source del transistore e determina un aumento della corrente nel transistore e quindi una diminuzione del potenziale del Drain. Attraverso lo stadio invertente di guadagno (-A) si ottiene una variazione positiva del potenziale del nodo d'uscita. L'obiettivo è quello di minimizzare il comando dello stadio di andata, cioè minimizzare il comando vgs del MOSFET. Poiché ho a disposizione il segnale di uscita positivo, l'unica possibilità di compensazione è quella di collegare l'uscita al Source del MOSFET. La Fig.10.7b evidenzia come la variazione dell'uscita si riflette, attraverso la resistenza R_f, ai capi di R_1, determinando un segnale di tensione v_f, anch'esso positivo.

Il circuito è quindi reazionato perchè una frazione del segnale d'uscita è riportata a sommarsi algebricamente con il segnale v_{in} erogato dal generatore forzante. Tale somma algebrica avviene ai capi della giunzione Gate-Source (comando) del transistore. In particolare, il segnale di reazione v_f *contrasta* l'aumento di v_{gs} inizialmente impresso dal segnale di ingresso e per questo attua una retroazione negativa.

La maglia di ingresso realizza concretamente il nodo sommatore della Fig.10.1*b*. La situazione limite viene raggiunta quando il segnale di comando v_{gs} del transistore viene ridotto ad un infinitesimo, cioè quando il segnale v_f riportato dalla rete di reazione al nodo di ingresso eguaglia il segnale v_{in} applicato all'ingresso. In base alle (10.2) e (10.3) questa condizione si verifica quando $G_{loop} \to \infty$.
La condizione $v_{gs}=v_\varepsilon \cong 0$ ha varie conseguenze (Fig.10.7c). Innanzitutto che il segnale di ingresso è riportato, praticamente invariato, sul nodo (2), ovvero $v_f=v_{in}$.

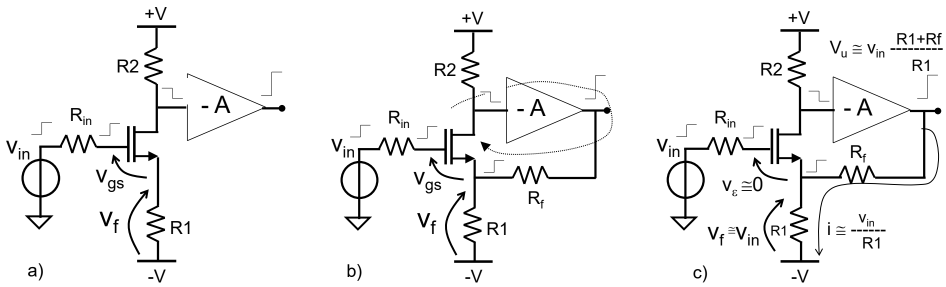


Fig. 10.7 *Esempio di amplificatore di tensione reazionato.*

Conseguentemente il segnale di corrente in R_1, v_f/R_1, diventa pari a v_{in}/R_1 e fluisce praticamente tutto attraverso R_f perché la variazione di tensione tra G ed S è infinitesima come pure la sua corrente. La tensione di segnale in uscita, v_u, riferita a massa, è quindi data da:

$$v_u \cong v_{in} \frac{R_f + R_1}{R_1} \tag{10.9}$$

Si noti come, in accordo con la (10.4), l'amplificazione ottenuta non dipenda dai parametri dell'amplificatore di andata (g_m del transistore, A dell'amplificatore) ma solo dagli elementi resistivi R_f ed R_1 che costituiscono la rete di retroazione, stabili e lineari.

> **Nota -** Se si fosse usato un BJT, tutte le considerazioni fatte sarebbero state valide. In più è interessante notare che, poiché la corrente di segnale nella Base del transistore di ingresso sarebbe ridotta a valori piccolissimi dalla reazione, l'impedenza di ingresso dell'amplificatore reazionato (data dal rapporto tra la tensione applicata, v_{in}, e la corrente corrispondentemente assorbita dallo stesso nodo) tende ad essere molto più elevata di quella che avrebbe lo stesso circuito senza reazione. Nella situazione limite in cui $G_{loop} \rightarrow \infty$, la corrente di Base diventa nulla e si ottiene un'impedenza di ingresso infinita.

In questo tipo di ragionamenti è importante percorrere il circuito (l'anello) nel verso "giusto cioè in quello in cui effettivamente può scorrere un segnale reale, attraversando prima gli stadi amplificatori del blocco di andata e poi la rete di reazione. Nel caso di circuiti a transistori ad esempio il verso è indicato da tanti indizi, non ultimo il fatto che un transistore non può essere comandato agendo dal suo Drain. Per cui nel circuito della Fig.10.7 si può girare l'anello in senso orario (tratteggiato) e non in senso antiorario.

Esempio 2 - Semplici modifiche all'architettura appena vista portano ad un circuito con caratteristiche del tutto differenti. Il circuito della Fig.10.8 differisce dal precedente per il fatto che l'amplificatore aggiunto è non invertente di guadagno A. Pertanto il segnale alla sua uscita è ora negativo e quindi deve essere riportato direttamente al Gate del transistore tramite R_f invece che al morsetto di Source, se si vuole contrastare il comando v_{gs}.

Il segnale di comando determina un aumento della tensione v_{gs}. Di conseguenza si ha un abbassamento del potenziale del Drain e, a valle del blocco non invertente A, una diminuzione del potenziale del nodo d'uscita. Questa variazione richiama attraverso la resistenza R_f una frazione della corrente forzante i_{in} e determina un abbassamento del potenziale del Gate che *si oppone* all'iniziale tendenza all'aumento del potenziale di questo punto. Quindi, anche in questo circuito, la reazione tende a diminuire la tensione v_{gs} di comando dello stadio amplificante rispetto al valore iniziale che si ha prima che la reazione intervenga: la reazione è negativa. Il nodo sommatore di correnti è ora realizzato dal nodo di Gate. In esso convergono sia il segnale forzante che quello di reazione, dando luogo al segnale di comando del Gate del transistore.

Si noti (Fig.10.8b) come gran parte del segnale di corrente di ingresso scorra attraverso il ramo di reazione, richiamato dalla diminuzione di potenziale del nodo di uscita. Al limite, per guadagno di anello tendente all'infinito, tutta la corrente i_{in} di segnale viene richiamata nel ramo di reazione, $i_f=i_{in}$. Contemporaneamente, anche la variazione della tensione v_{be} tende ad essere nulla.

A differenza di quanto accade nel circuito della Fig.10.7, quando v_{gs} tende ad essere infinitesimo anche il potenziale del morsetto di Gate tende a rimanere costante e diventare un **nodo di terra virtuale**. Nella situazione limite di guadagno d'anello infinito, la variazione della tensione di uscita rispetto a massa è quindi:

$$v_u = - i_{in} R_f \, .$$

Anche in questo caso, la funzione di trasferimento del circuito reazionato non dipende dalle caratteristiche dello stadio di andata ma solo dagli elementi della rete di reazione. Per come abbiamo visto che lavora la retroazione, questo circuito senza la R_{in} è tipicamente impiegato come stadio di ingresso di un amplificatore di corrente o di un amplificatore a transresistenza in cui cioè la corrente (nel nostro esempio i_{in}) che arriva nella terra virtuale sia dirottata verso la resistenza di retroazione R_f.

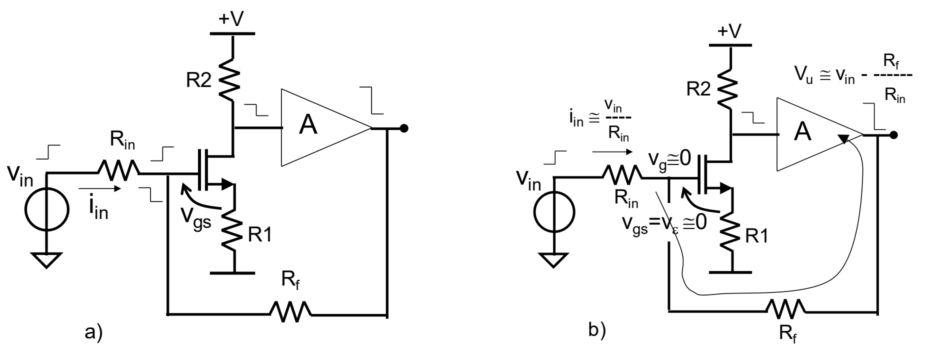
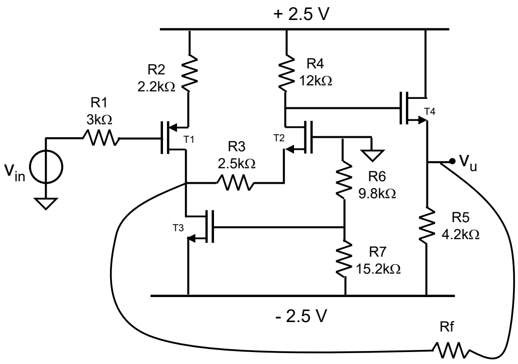


Fig. 10.8 *Esempio di circuito reazionato con ingresso in terra virtuale.*

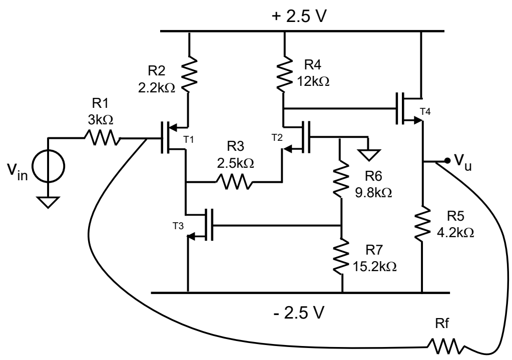
Test di comprensione

Indicare, per le 3 proposte che seguono, se realizzano una retroazione negativa o positiva.



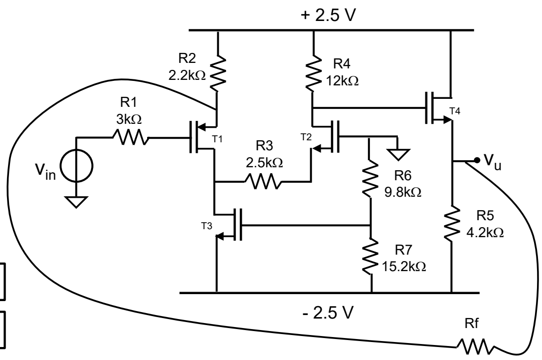
Retroazione negativa ☐

Retroazione positiva ☐



Retroazione negativa ☐

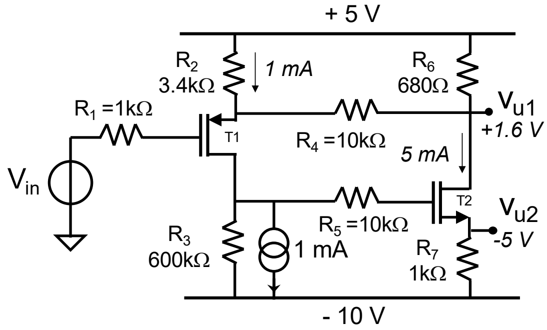
Retroazione positiva ☐



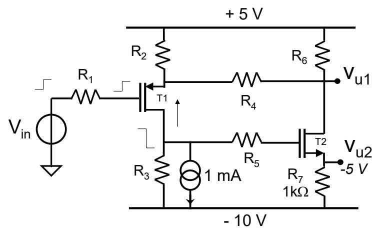
Retroazione negativa ☐

Retroazione positiva ☐

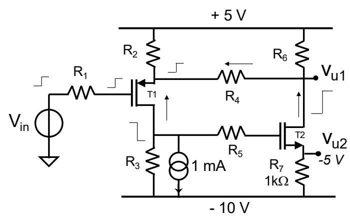
E 10.1 *Si consideri il circuito reazionato della figura seguente, in cui per semplicità siano stati indicati anche alcuni valori della polarizzazione (V_T=0.6V e k=1mA/V²):*
a) descriverne qualitativamente il funzionamento quando in ingresso viene applicato un segnale positivo a gradino di tensione, e calcolare il valore del guadagno tra ingresso ed uscita V_{u1} nell'ipotesi semplificativa che G_{loop} sia infinito;
b) nelle stesse condizioni calcolare il valore del guadagno tra ingresso ed uscita V_{u2} con G_{loop} infinito;



La polarizzazione del circuito fornisce g_{m1}=2mA/V ($1/g_{m1}$=500Ω) e g_{m2}≅4.5mA/V ($1/g_{m2}$=220Ω).

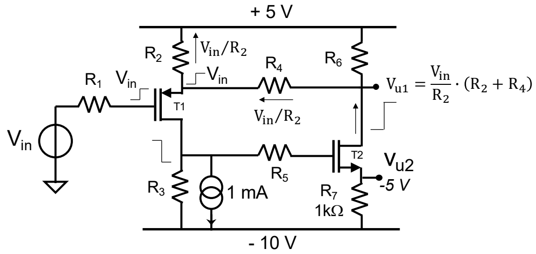


a) Verifichiamo che il circuito sia reazionato negativamente. Si pensi di forzare un segnale di tensione positivo all'ingresso del circuito mediante il generatore v_{in}. La diminuzione di v_{sg} comporta una diminuzione della corrente in T1. Il potenziale del Drain di T_1 diminuisce. Conseguentemente diminuisce il comando di T2 che fornisce una variazione di corrente di Drain verso l'alto, ed il potenziale del Drain di T_2 aumenta. Questa variazione positiva di potenziale è riportata attraverso R_4 al Source di T1, e si oppone all'iniziale diminuzione della sua tensione di comando, v_{sg}.

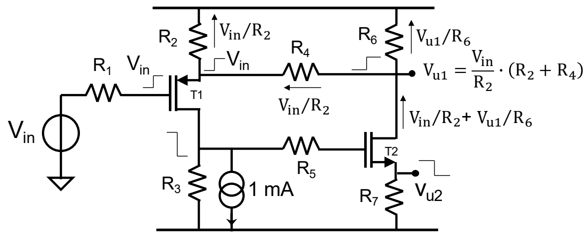


Il sistema è effettivamente reazionato negativamente perché la reazione tende a contrastare l'iniziale diminuzione del comando v_{sg}, riaumentandolo. In pratica si riduce la frazione del segnale v_{in} che effettivamente pilota il circuito amplificante

È facile constatare che se si fosse scelto per errore il verso opposto di percorrenza dell'anello, non si sarebbe riusciti a passare dal Drain di T2 al suo Gate e neppure da quest'ultimo al Source di T1 (nell'ipotesi di trascurare r_o).
Se il circuito avesse guadagno d'anello infinito, in base alla (10.2), si avrebbe $v_{sg}=\varepsilon$ piccolissimo ed il segnale di tensione che si sviluppa ai capi di R_2 sarebbe pari proprio al segnale v_{in} applicato. Inoltre la variazione della corrente nel transistore T_1 sarebbe infinitesima. La corrente v_{in}/R_2 fluirebbe tutta in R_4 e quindi la tensione ai capi di R_4 sarebbe pari a $v_{in}R_4/R_2$. La variazione totale del potenziale del nodo di uscita rispetto a massa sarebbe pari a $v_{u1}=v_{in}(1+R_4/R_2)$. Il circuito è quindi un amplificatore di tensione con un guadagno che tende, per valori elevati di G_{loop}, a **G=+3.94**.



b) Per capire di quanto si sposti V_{u2} non resta che continuare nel ragionamento fin qui fatto. E' immediato notare che lo spostamento di V_{u1} determina una corrente in R6. La somma di questa corrente, V_{u1}/R_6, con quella trovata prima, V_{in}/R_2, deve provenire da T2.

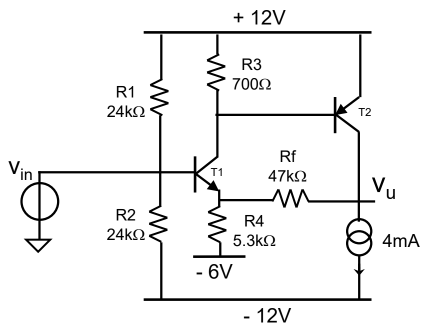


Ed effettivamente T2, come visto all'inizio può fornirla. Ne risulta che l'uscita V_{u2} si sposterà (in giù) di :

$$v_{u2} = -v_{in} \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{R_2 + R_4}{R_2 \cdot R_6}\right) \cdot R_7$$

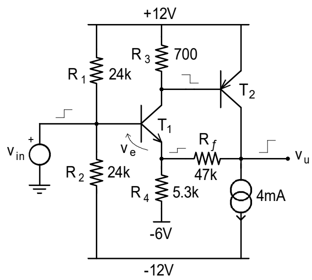
Il guadagno quindi, nel caso di retroazione perfetta, sarebbe **G=-6.1**.

E 10.2 *Si consideri il circuito reazionato della figura accanto, il cui BJT abbia β=400:*
a) ricavarne le correnti di polarizzazione;
b) descriverne qualitativamente il funzionamento, quando in ingresso viene applicato un segnale positivo a gradino di tensione, e calcolare il valore del guadagno tra ingresso ed uscita nell'ipotesi semplificativa che G_{loop} sia infinito;
c) valutare, nella stessa ipotesi, la resistenza di ingresso.



(*a*) - Dato l'alto valore del β dei transistori, si può pensare di trascurare in prima approssimazione le correnti di Base. La tensione di 0.7V ai capi di R_3 determina una corrente $I_3 \cong 1$mA. Analogamente, ai capi di R_4 si ha una caduta di tensione di 5.3V e quindi anche I_4=1mA. In R_f non scorrerebbe corrente e quindi V_u=-0.7V. Se si tenesse conto del β finito dei transistori si troverebbe che la corrente in R_f è di circa 10μA e quindi il potenziale del nodo d'uscita è $V_u \cong$-1.2V. La corrente di T_2 rimarrebbe a circa 4mA.

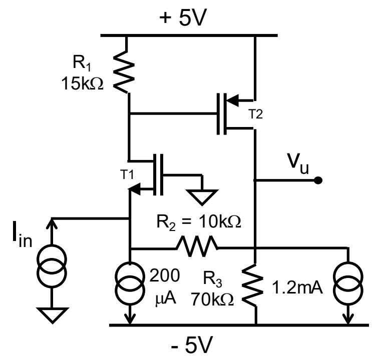
(*b*) - Per determinare il segno della reazione ed individuarne l'anello, si pensi di forzare un segnale di tensione positivo all'ingresso del circuito mediante il generatore v_{in}. L'aumento di v_{be} comporta un aumento della corrente di Collettore. Il potenziale del Collettore di T_1 diminuisce e, conseguentemente, il potenziale del Collettore di T_2 aumenta. Questa variazione positiva di potenziale è riportata attraverso R_f ai morsetti di R_4, e si oppone all'iniziale aumento della tensione di comando, v_{be}, del primo transistore. Il sistema è effettivamente reazionato negativamente perché la reazione tende a ridurre la frazione del segnale v_{in} che pilota il circuito amplificante. È facile constatare che se si fosse scelto per errore il verso opposto di percorrenza dell'anello, sarebbe stato impossibile percorrere ciclicamente tutto il circuito a causa della presenza di uno stadio amplificatore di andata (T_1 e T_2) effettivamente unidirezionale, almeno a media frequenza e nell'ipotesi di trascurare r_o.



Se il circuito avesse guadagno d'anello infinito, in base alla (10.2), si avrebbe v_{be}=0 ed il segnale che si sviluppa ai capi di R_4 sarebbe pari al segnale v_{in} applicato. Inoltre la variazione della corrente nell'Emettitore di T_1 sarebbe infinitesima. La corrente v_{in}/R_4 fluirebbe tutta in R_f e quindi la tensione ai capi di R_f sarebbe pari a $v_{in}R_f/R_4$. La variazione totale del potenziale del nodo di uscita rispetto a massa sarebbe pari a $v_{out}=v_{in}(1+R_f/R_4)$. Il circuito è quindi un amplificatore di tensione con un guadagno che tende, per valori elevati di G_{loop}, a $G=1+R_f/R_4=+9.9$.

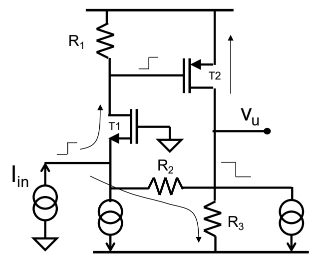
(*c*) - Per quanto riguarda l'impedenza di ingresso, a seguito della reazione che riduce il valore di v_{be}, la corrente assorbita dalla Base di T_1 tende ad essere infinitesima nonostante l'applicazione del segnale finito di tensione v_{in}. La reazione tende quindi ad aumentare l'impedenza di ingresso del circuito. Al limite, nel caso ideale, la sua impedenza di ingresso sarebbe infinita. Si noti che la reazione interviene solo a ridurre la corrente assorbita dalla Base di T_1. La reazione non interviene ad alterare la corrente che fluisce nel partitore di polarizzazione ($R_1//R_2=12k\Omega$). La reazione non ha alcun effetto sull'impedenza di questo partitore, che perciò limita la massima resistenza di ingresso ottenibile complessivamente dallo stadio.

E 10.3 *Considerare l'amplificatore della figura accanto, in cui i MOSFET abbiano $V_T=0.5V$, $Va=\infty$, $k=½\mu CoxW/L=200\mu A/V^2$.*
a) Calcolare la polarizzazione dei transistori sapendo che la tensione all'uscita sarà $Vu=-1.5V$.
b) Analizzare la retroazione e calcolare il trasferimento ideale del circuito.

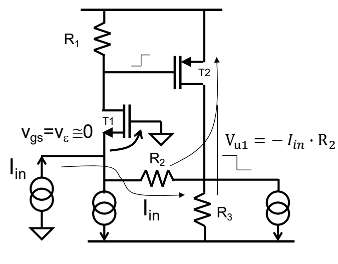


(a) Se tutta la corrente del generatore da 200μA scorresse nel MOSFET T1, si avrebbe $V_{in}=-1.5V$ ed il MOSFET T2 avrebbe $V_{SG}=3V$ e porterebbe 1.25mA. Esattamente 50μA scorrerebbero in R3 e darebbero Vu=-1.5V ($1/g_{m1}=2500\Omega$).

(b) La corrente I_{in} inizialmente si dividerà tra $1/g_m$ di T1 e R2+R3, alzando il potenziale del Source di T1. La frazione che sale lungo T1 provocherà un innalzamento del Gate di T2 che a sua volta provoca un segnale verso l'alto di corrente nel transistore. Questa corrente tenderà quindi a spostare in giù il potenziale dell'uscita.

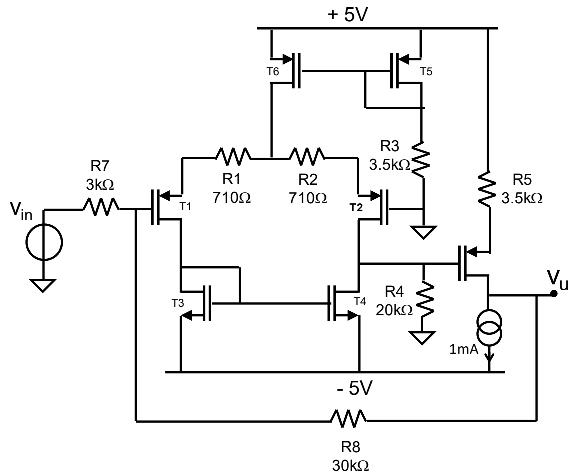


Quella corrente, potendo provenire anche da R2, tenderà ad assorbire I_{in} in misura maggiore di quanto inizialmente presente e

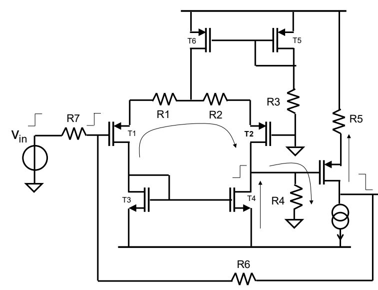


per una quantità anche potenzialmente elevatissima nel caso di guadagno dell'anello infinito. Il massimo che può succedere è che tutta la corrente I_{in} venga dirottata entro R2. A quel punto, solo una frazione infinitesima scorrerebbe verso l'alto in T1 (quel tanto che basta per fare avvenire tutti i meccanismi descritti) e quindi il suo Source si sposterebbe in tensione solo di una porzione infinitesima. Se tutta I_{in} scorre in R2 allora l'uscita si sposterebbe proprio di $V_u=-I_{in}\cdot R2$, fornendo un "guadagno di Transresistenza" pari a T=10kΩ.

E 10.4 *Si consideri il circuito seguente. Analizzarne il comportamento e valutare il guadagno di tensione tra ingresso ed uscita nel caso ideale di retroazione perfettamente funzionante (G_{loop}=-∞). I transistori abbiano V_T=0.5V, k=1mA/V² e V_A=∞.*

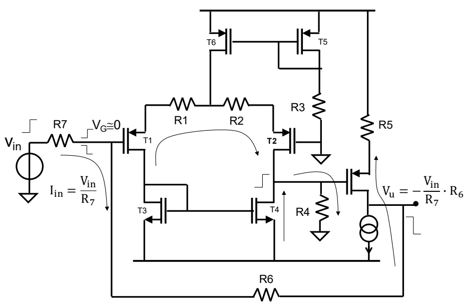


Non ci si lasci spaventare dal circuito. Come sempre bisogna seguire il segnale dal generatore dove è applicato all'ingresso fino all'uscita passando attraverso lo stadio amplificante di andata e poi ritornare al nodo di ingresso per trarne le dovute conclusioni.



La figura di fianco mostra il percorso del segnale lungo lo stadio di andata fino all'uscita. Si vede come Vu tenderebbe a spostarsi in giù di una quantità potenzialmente molto elevata stante il guadagno dell'anello elevato e quindi anche del guadagno dello stadio di andata elevato.

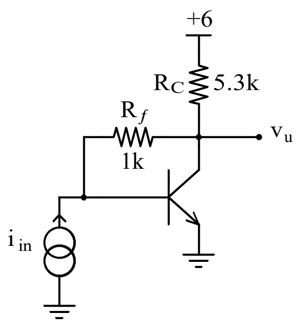
Quando si rientra nel nodo iniziale attraverso R6 chiudendo il percorso lungo l'anello, si nota che la retroazione tende a contrastare l'iniziale salita del Gate di T1 cercando di riportarlo verso il basso. Il meglio che possa fare è di contrastare



esattamente l'iniziale spostamento in modo che il morsetto di Gate non si sposti pur in presenza di Vin (si sposterà solo di un ε piccolissimo, quanto basta per fare funzionare tutto). A quel punto è immediato vedere che Vin genererà all'ingresso una corrente ben precisa, pari a $I_{in}=V_{in}/R7$, la quale è effettivamente tutta richiamata in R6. Pertanto la variazione dell'uscita sarà :

$$V_u = -\frac{V_{in}}{R_7} \cdot R_6$$

E 10.5 *Si consideri il circuito accanto (β=100), spesso utilizzato nei sistemi di comunicazione in fibra ottica per leggere il segnale dei fotodiodi, e si supponga di applicare al suo ingresso un segnale sinusoidale di corrente a 10kHz di ampiezza 0.1mA:*
a) calcolarne la polarizzazione;
b) descriverne il comportamento e fornire l'andamento del segnale di uscita nell'ipotesi di reazione ideale ($G_{loop}\to\infty$);
c) discutere qualitativamente l'andamento della impedenza di ingresso al variare di G_{loop}.



(*a*) - Se si trascura in prima approssimazione la corrente di Base del transistore, si ricavano immediatamente i valori delle correnti e delle tensioni di polarizzazione del circuito, pari a V_u=0.7V e I_C=1mA. È semplice verificare che l'eventuale corrente di Base di 10μA varierebbe di solo 10mV il valore di V_u. Tra l'altro questo circuito è molto usato come amplificatore a transimpedenza della corrente di un fotorivelatore nei sistemi di comunicazione a fibra ottica.
(*b*) - Si verifica facilmente che il circuito è reazionato negativamente. Infatti si immagini di applicare al circuito un gradino positivo di corrente. Il segnale si divide inizialmente tra i due rami afferenti al nodo di ingresso in ragione delle rispettive impedenze: β/g_m per il ramo costituito dalla Base del transistore e R_f+R_C per l'altro. Il segnale nella Base provoca una variazione positiva di v_{be} e quindi una diminuzione del potenziale del Collettore. Questo segnale negativo viene riportato in ingresso tramite la rete di reazione, attenuato della partizione

tra R_f e β/g_m, senza essere cambiato di segno. Il circuito tende perciò a contrastare l'iniziale aumento del potenziale del morsetto di ingresso con un segnale di segno opposto proveniente dal ramo di reazione riducendo l'entità del comando v_{be} all'amplificatore di andata. La reazione è quindi negativa. Il nodo d'ingresso è un nodo di terra virtuale il cui potenziale varia di poco pur a fronte dell'iniezione di una corrente i_{in}.

È utile analizzare il comportamento del circuito anche con riferimento alle correnti circolanti. Da questo punto di vista, si può considerare che l'applicazione del segnale di corrente nella Base comporta sul Collettore un segnale di corrente β volte più grande. Questa maggiore corrente viene prelevata in parte dal ramo di R_C ed in parte dal ramo di reazione, in ragione delle relative impedenze. In questo modo una parte del segnale di corrente forzato in ingresso fluisce attraverso R_f e si riduce la corrente iniettata direttamente nella Base. Quanto più alti sono i valori del β del transistore e di R_C rispetto a $(R_f+\beta/g_m)$, tanto più sarà la corrente richiamata attraverso il ramo di reazione. Si vedrà più avanti che il guadagno d'anello del circuito è proporzionale proprio al prodotto $\beta \cdot R_C$.

La variazione del potenziale del nodo di uscita è valutata considerando che, ai capi di R_f, si sviluppa una tensione pari a circa i_{in} R_f e che il nodo di terra virtuale non varia il suo potenziale. Ne risulta $v_u \cong -i_{in}R_f$. Nel caso del segnale di ingresso sinusoidale di ampiezza 0.1mA, si ha in uscita un segnale sinusoidale di tensione della stessa frequenza, ma in controfase e di ampiezza 0.1V.

(*c*) - Poiché il potenziale del nodo d'ingresso tende a restare costante, qualunque sia il valore della corrente iniettata, l'impedenza vista tra il nodo e la massa tende ad essere piccola, tanto più piccola quanto maggiore è G_{loop}. Questo circuito è in ingresso un ottimo lettore della corrente di segnale erogata dallo stadio che lo precede, nell'esempio citato all'inizio del fotodiodo.

E 10.6 *Con riferimento al circuito reazionato della figura, utilizzante MOSFETs con V_T=0.5V e k=60mA/V^2:*

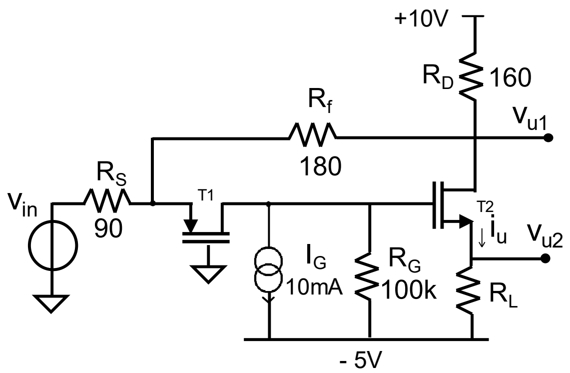
a) calcolare il valore della resistenza R_L in modo che il potenziale stazionario del nodo di uscita sia V_{u2}=-2V;

b) descrivere il funzionamento su segnale del circuito

c) calcolare la funzione di trasferimento v_{u1}/v_{in} nell'ipotesi di $G_{loop}\rightarrow\infty$

d) calcolare la funzione di trasferimento i_u/i_{in} nell'ipotesi di $G_{loop}\rightarrow\infty$

e) calcolare la funzione di trasferimento v_{u2}/v_{in} nell'ipotesi di $G_{loop}\rightarrow\infty$



a) In assenza di segnale, la retroazione imporrà che il MOSFET T1 sia polarizzato in zona attiva con I≅10mA (il contributo aggiuntivo di corrente in R_G sarà piccolo, dato il suo alto valore ed i pochi Volts ai suoi capi). Il potenziale del Source è quindi +0.9V, g_{m1}=48mA/V (1/g_{m1}=20Ω). Nella resistenza R_S fluiscono 0.9V/90Ω=10mA verso massa. La somma di queste due correnti, 20mA, proviene dal ramo di reazione. Il potenziale di Vu1 è quindi a 0.9V+20mA·R_f=4.5V. Dall'alimentazione, attraverso R_D, provengono circa 35mA, 15mA dei quali fluiscono nel MOSFET T2. Per condurre 15mA la tensione di comando del MOSFET T2 deve essere V_{GS}=1V e, per avere V_u=-2V, si dovrà scegliere **R_L=200Ω**. Il potenziale del Gate di T2 è pari a V_G=-1V e quindi la corrente in R_G è di 40µA. Questo valore andrebbe a sommarsi alla corrente di 10mA e ci convince che non ci sia bisogno di rifare i calcoli.

b) Per capire il funzionamento del circuito si supponga di dare all'ingresso un segnale di tensione v_{in} positivo. Il potenziale del Source avrà una variazione anch'essa positiva che determina un aumento della corrente in T1 che non potrà che scorrere in R_G provocando un aumento del potenziale di Gate di T2. La corrente nel MOSFET T2 aumenta ed il potenziale del suo Drain diminuisce. Questa diminuzione di potenziale si riflette, ritornando verso il punto iniziale, in una corrispondente riduzione del potenziale del Source di T1. Il circuito tende perciò a contrastare l'iniziale aumento della tensione del Source di T1 (il

comando del circuito) con un segnale di segno opposto proveniente dal ramo di reazione. La reazione è quindi negativa.
Se il guadagno di anello fosse infinito, il segnale di reazione compenserebbe completamente l'iniziale aumento del potenziale di quel punto e v_{SG} sarebbe infinitesimo. Poiché $v_\varepsilon \cong 0$ (punto di terra virtuale), ad un segnale v_{in} corrisponde una corrente $i_{in}=v_{in}/R_S$ che non potendo fluire nel MOSFET, perché $v_{SG} \cong 0$, è richiamata interamente nel ramo di reazione.

c) La caduta di potenziale ai capi di R_f è pari a $i_{in} \cdot R_f$ e corrisponde ad una variazione del potenziale di V_{u1} di:

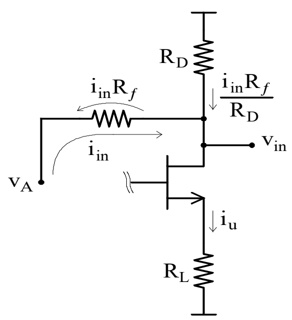
$$v_d = -i_{in} \cdot R_f = -\frac{v_{in}}{R_s} R_f \ .$$

Pertanto il guadagno di tensione del circuito è :

$$G = \frac{v_{u1}}{v_{in}} = -\frac{R_f}{R_S} = -2$$

d) Il bilancio di correnti al Drain impone che il MOSFET debba richiamare una corrente pari a:

$$i_u = i_{in} - \frac{v_d}{R_D} = \frac{v_{in}}{R_s}\left(1 + \frac{R_f}{R_D}\right) \ ,$$



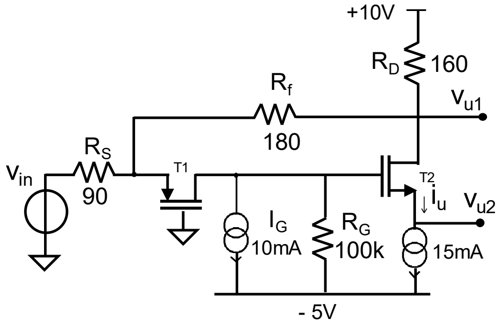
che è la corrente fornita al carico R_L , indicata con i_u nella figura.
Nell'ipotesi di $G_{loop} \rightarrow \infty$ (a tal fine basta far divergere la resistenza R_G !) il segnale infinitesimo di corrente iniettato nel Source di T1 è sufficiente a determinare la variazione finita richiesta del potenziale del Gate di T2.
In definitiva la funzione di trasferimento tra la corrente i_{in} e la corrente i_u è:

$$\frac{i_u}{i_{in}} = 1 + \frac{R_f}{R_D} = 2.12$$

e) Se si considerano i segnali di tensioni $v_{in}=i_{in} \cdot R_S$ e $v_u=i_u \cdot R_L$, si ottiene:

$$\frac{v_u}{v_{in}} = \frac{R_L}{R_S}\left(1 + \frac{R_f}{R_D}\right) = 4.7$$

E 10.7 *Per aumentare il guadagno di tensione v_{u2}/v_{in} del circuito dell'esercizio precedente, si potrebbe pensare di aumentare il valore di R_L o addirittura di sostituire la resistenza con un generatore ideale di corrente da 15mA (pari cioè al suo valore di polarizzazione). Commentare questa scelta, studiando il comportamento del circuito così modificato.*



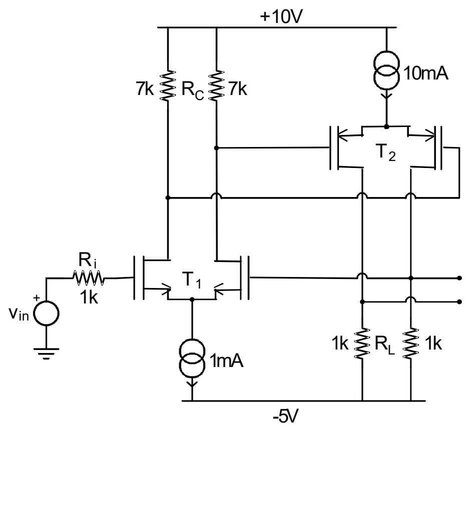
La soluzione è infelice perché il circuito smette di essere reazionato ! Infatti il generatore I_L fissa la corrente nel MOSFET. Di conseguenza il segnale di retroazione giunto al Gate di T2 non può modificare la V_{GS} (e quindi la I_D) perché il potenziale del Source segue la variazione del potenziale del Gate. Poiché non si ha una variazione di corrente del MOSFET, il potenziale del Drain non diminuisce per richiamare maggiore corrente attraverso R_f. Quindi l'ingresso non riceve alcuna informazione riguardo al segnale sul nodo d'uscita. Se si cercasse di calcolare il guadagno di anello si troverebbe G_{loop}=0 ! Il circuito quindi sarebbe NON retroazionato.

E 10.8 *Si consideri l'amplificatore reazionato della figura seguente, in cui i MOSFET abbiano $|k|$=1.25mA/V^2 e $|V_T|$=1V:*

a) studiarne la polarizzazione;

b) mettere in luce i motivi che impongono il collegamento della reazione tra il Gate di destra di T1 e V_1 e non con V_2;

c) stimare il guadagno tra v_{in} e v_1 nell'ipotesi che il guadagno di anello del circuito sia infinito.



(a) Supponendo la coppia differenziale T_1 bilanciata, ogni transistore è percorso da 0.5mA, i relativi Drain sono a +6.5V ed i Source a circa -1.6V. Quindi anche la coppia T_2 è bilanciata e percorsa da 5mA in ogni ramo. Il potenziale V_1 è a 0V, come il potenziale dell'ingresso in assenza di segnale, confermando così il bilanciamento della coppia T_1.

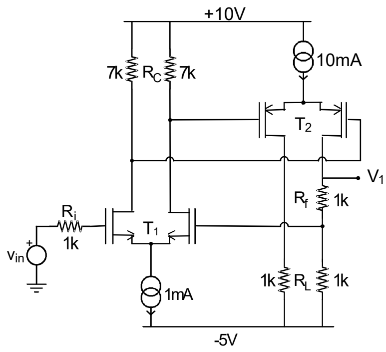
Si noti che il circuito è reazionato anche in continua. Pertanto, se anche si fosse supposto inizialmente uno sbilanciamento della coppia T_1, ci si sarebbe accorti che il circuito tende a ribilanciarla. Infatti, si immagini che il potenziale del Gate del transistore di sinistra di T_1 (0V) sia maggiore di quello del Gate del transistore di destra. La corrente che fluirebbe nel transistore di sinistra di T_1 sarebbe quindi maggiore di quella nel transistore di destra, ed il potenziale del Drain di sinistra sarebbe più basso del potenziale del Drain di destra. In questo caso, la coppia differenziale T_2 sarebbe polarizzata in modo da far fluire più corrente nel suo ramo di destra. Il potenziale V_1 tenderebbe ad essere maggiore di 0 ed a contrastare l'iniziale sbilanciamento della coppia T_1.

(*b*) - Il comportamento su segnale del circuito è del tutto analogo a quello appena descritto per la polarizzazione. Supponendo infatti di applicare un segnale di tensione positivo all'ingresso, questo determina in un primo tempo un aumento della tensione differenziale tra i due Gate di T_1. In particolare la V_{gs} del transistore di sinistra di T_1 aumenta (e quindi aumenta la sua corrente) e contemporaneamente diminuisce la V_{gs} del transistore di destra (e quindi la sua corrente). Dato che le resistenze di carico sui due Drain sono identiche, si ottiene un segnale puramente differenziale che agisce sulla coppia T_2, tale da aumentare la corrente nel transistore di destra e da diminuirla in quello di sinistra. L'uscita V_1 subisce una variazione positiva, che è trasmessa al Gate del transistore di destra della coppia di ingresso, contrastando l'iniziale segnale differenziale ai morsetti della coppia T_1. Al limite, la variazione di V_1 sarà esattamente pari al segnale differenziale iniziale in modo da annullarlo. La reazione è quindi negativa.

Se, per chiudere l'anello, si fosse collegata l'uscita V_2 al Gate della coppia di ingresso, si sarebbe realizzato un circuito con reazione positiva. Infatti il segnale riportato all'ingresso dopo aver percorso l'anello, avrebbe determinato un aumento dello sbilanciamento inizialmente impresso alla coppia stessa.

(*c*) - Se il guadagno d'anello del circuito fosse molto grande, il guadagno di tensione tenderebbe ad essere unitario, $v_1=v_{in}$. Infatti come detto qualunque variazione del potenziale del Gate del transistore di sinistra di T_1 (che corrisponde all'ingresso del circuito), si riflette in egual misura sul Gate del transistore di destra (che corrisponde all'uscita del circuito) affinché il segnale differenziale ai morsetti della coppia T_1 sia infinitesimo.

E 10.9 *Analizzare il comportamento del seguente circuito reazionato, che differisce da quello dell'esercizio precedente per l'aggiunta della resistenza R_f=1kΩ.*



La polarizzazione è identica a quella del circuito studiato in precedenza, salvo che per il valore stazionario del potenziale del nodo d'uscita, che è V_1=+5V. Anche il principio di funzionamento è lo stesso, solo che ora il Gate del transistore di destra di T_1 non corrisponde più direttamente all'uscita, ma è il punto intermedio del partitore resistivo formato da R_L e R_f. Questo segnale determina in R_L una corrente v_{in}/R_L che, non potendo fluire nel Gate del transistore di destra di T_1, fluisce completamente in R_f. La variazione del potenziale d'uscita è quindi:

$$v_1 = v_{in} \cdot \frac{R_L + R_f}{R_L} .$$

Il guadagno di tensione è pertanto pari a 2.

10.5 LA POLARIZZAZIONE ITERATIVA

Come un qualsiasi circuito a transistori, anche un circuito retroazionato deve essere correttamente polarizzato. Benché possa succedere che alcune correnti o tensioni possano fin dall'inizio essere fissate e note, in generale è necessario impostare alcune equazioni ai nodi ed alle maglie.
La struttura retroazionata del circuito, in cui cioè la corrente in un punto dipende anche da tutti gli altri punti, fa sì che anche la polarizzazione ne risenta. Illustriamo un comodo metodo di analisi iterativo per affrontare la polarizzazione di un circuito retroazionato.

Per operare iterativamente si deve prima di tutto scegliere una variabile a cui dare inizialmente un valore arbitrario. La variabile deve essere tale che, ipotizzato un suo valore, il resto della polarizzazione possa essere ottenuto senza trovare altre indeterminazioni. Poi si procede fino a che la differenza tra il valore di una variabile ad un'iterazione e quello all'iterazione precente diventa inferiore a qualche percento.

È opportuno sottolineare alcuni aspetti del metodo iterativo :

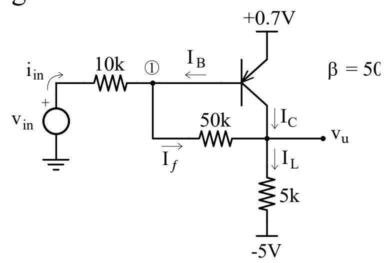
- il metodo funziona fino a che *il sistema si mantiene lineare*. Ad ogni passo si deve quindi verificare che i componenti non lineari non siano usciti dalle zone di funzionamento lineare. Se ciò accade bisogna ricominciare il procedimento iterativo partendo con una diversa stima della variabile iniziale. In generale è quindi conveniente giungere alla scelta del valore di primo tentativo della variabile, oggetto dell'iterazione, basandosi su una valutazione preliminare dell'intervallo di valori che garantisca la permanenza di tutti i componenti non lineari nella loro zona di funzionamento attivo.

- nel procedimento iterativo è opportuno procedere a valutare le altre variabili elettriche del circuito *muovendosi in senso opposto al normale senso di percorrenza dell'anello* di reazione. Se si procedesse propagando la stima nel senso di percorrenza dell'anello di reazione, piccoli errori sulla stima iniziale verrebbero amplificati del valore di G_{loop} e porterebbero ad ampie variazioni del segnale alla fine dell'iterazione. La convergenza sarebbe dunque impossibile se la prima stima non fosse già perfetta. Procedendo invece nel senso inverso dell'anello, le variazioni delle grandezze elettriche si ripercuotono deamplificate sulla variabile iniziale e quindi la convergenza è più regolare.

I seguenti esempi permetteranno di prendere confidenza con il metodo.

ITERAZIONE CON CIRCUITI A BJT

Nel caso del circuito seguente a BJT :



si può scegliere ad esempio la corrente I_B, e porre inizialmente I_B=0. La tensione V_{BE} si assumerà come al solito pari a 0.7V da cui I_{in}=0. Con queste assunzioni si trova:

$I_B = 0 \quad I_f = 0 \quad V_U = 0$ V $\quad I_L = 1$ mA $\quad I_C = 1$ mA $\quad \rightarrow \quad I_B = 20\ \mu A$.

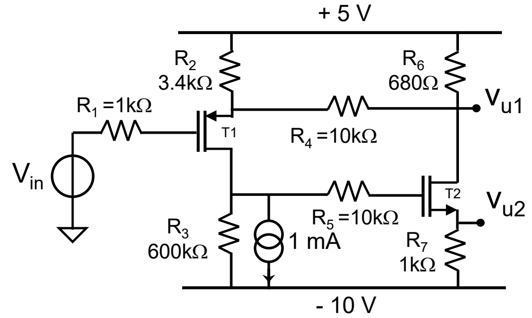
Ottenuta di nuovo la grandezza iniziale, la si confronta con il valore al giro precedente e, se diversi come in questo caso, si ripete il procedimento partendo dal nuovo valore:

$I_B = 20\mu A \rightarrow I_f = 20\mu A \quad V_U = -1V \quad I_L = 0.8$ mA $\quad I_C = 0.78$ mA $\rightarrow I_B = 16\ \mu A$

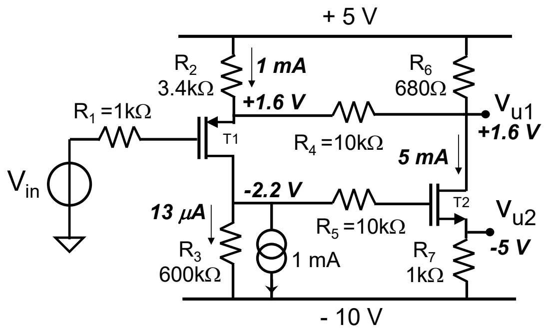
$I_B = 16\mu A \rightarrow I_f = 16\mu A \quad V_U = -0.8V \quad I_L = 0.84mA \quad I_C = 0.82mA \rightarrow I_B = 16.4\mu A$.

Quando l'ultimo risultato ottenuto non differisce significativamente dal valore raggiunto nella precedente iterazione, la procedura può ritenersi conclusa.
Nel procedimento iterativo illustrato si è partiti dalla stima di I_B e si è proceduto a valutare le altre variabili elettriche del circuito, *muovendosi in senso opposto al normale senso di percorrenza dell'anello* di reazione. Infatti si è ricavato prima il segnale di reazione, I_f, poi il potenziale del nodo d'uscita e quindi la corrente di Collettore del transistore, per ritornare ad avere una stima del valore di I_B.

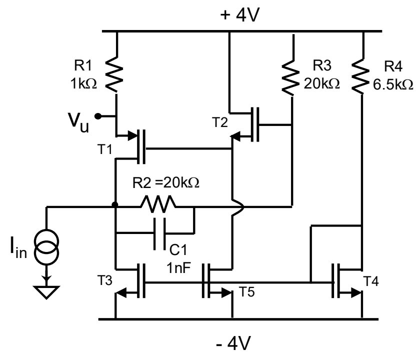
E10.10 *Calcolare la polarizzazione del seguente circuito (V_T=0.6V e k=1mA/V^2) che in E10.1 avevamo considerato nota.*



Di nessun punto è immediato sapere la tensione né la corrente in un ramo. Pertanto bisogna fare delle ipotesi e verificarle, eventualmente aggiornando il risultato. Noto che in R5 non potrà passare corrente e che in R3 ne passerà pochissima dato il suo alto valore ed i pochi V che potranno esserci ai suoi capi. Pertanto partiamo immaginando che tutta la corrente di 1mA del generatore provenga da T1. Essendo il Gate del MOSFET a massa, il suo Source dovrà essere a V_S=1.6V. Vedo quindi che in R2 scorre esattamente 1mA. Pertanto in R4 non scorrerà corrente e V_{u1}=1.6V. In R6 allora scorreranno 5mA che saranno tutti portati da T2. La tensione V_{u2}=-5V ed il suo Gate starà circa a V_G=-2.2V. Sono quindi nelle condizioni di verificare, ed eventualmente aggiornare, l'ipotesi iniziale, calcolando l'effettiva corrente in R3, ora pari a circa 13μA. Dovrei quindi ripartire a rifare tutte le considerazioni precedenti con una corrente in T1 pari a 0.987mA invece di 1mA. Essendo la differenza minima, pari a 1%, non conviene rifare i conti ma accettare la polarizzazione trovata e proseguire. Sarà poi il simulatore a fornire i piccoli scostamenti dai valori da noi ipotizzati.



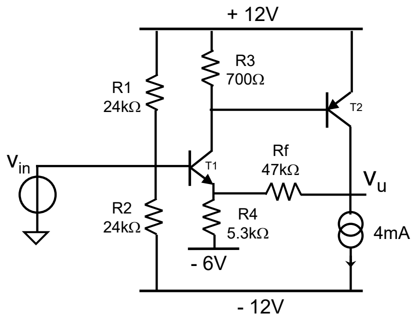
E 10.11 *Nel circuito della figura accanto i MOSFET hanno V_T=1V, $k=\frac{1}{2}\mu C_{ox}W/L=4mA/V^2$ e Va=∞.*
a) Calcolare il valore della tensione dell'uscita Vu in assenza di segnale.
b) Calcolare la transimpedenza ideale $T=V_u/I_{in}$ del circuito.

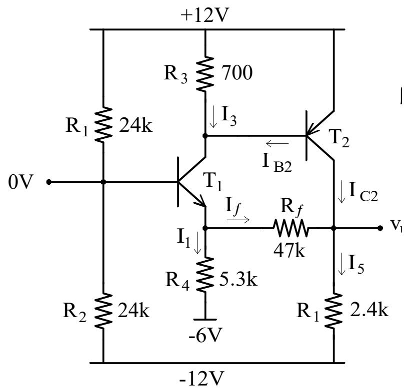


a) Per prima cosa conviene calcolare la corrente imposta allo specchio dal ramo di riferimento T4 : 1mA. Questa corrente è anche quella circolante nel canale di T2. A questo punto rimane da ricavare come si ripartisce la corrente di T3 tra T1 ed il ramo (R_2-R_3). Qui possiamo applicare il metodo iterativo ipotizzando che inizialmente tutta scorra in T1, I_{T1}=1mA, ottenendo V_U=3V e V_{GT2}=3V, e quindi ottenendo una stima della corrente in R_3 ed R_2 pari a I_{R3}=50µA. Riformulando l'ipotesi di partenza, ora I_{T1}=950µA. Se si facesse un altro giro iterativo si troverebbe I_{R3}=45µA e I_{T1}=955µA. Si conclude quindi che Vu ≅ 3.05V.

b) La retroazione, che vede (R2+R3), T2 e T1 come percorso dell'anello, tende a compensare l'iniziale discesa del morsetto di ingresso (e quindi la discesa del Gate di T2), azzerandone (ε) lo spostamento nel caso ideale. Per farlo la retroazione attiva della corrente verso il basso in T1. Idealmente questa corrente sarà al meglio pari a I_{in}, perché in R2 non ne potrà scorrere. Pertanto è come se tutta I_{in} transitasse da T1 e quindi T_{id} = -R1 = -1kΩ.

E 10.12 *Calcolare la polarizzazione del seguente circuito reazionato utilizzando il metodo iterativo (β=100).*





Per i transistori bipolari è ragionevole considerare comunque $V_{BE}=V_{EB}=0.7V$. Ciò permette di fissare subito le correnti $I_1=1mA$ ed $I_3=1mA$. Si supponga ora inizialmente $I_{B2}=0mA$, ottenendo:

$I_{B2} = 0 \rightarrow I_f = I_{B2} = 0$ mA $\quad V_u = - 0.7$ V
$I_5 = 4.7$ mA $\quad I_{C2} = 4.7$ mA ,

da cui risulta $I_{B2}=47\mu A$. Questo valore, differente da quello scelto inizialmente, è preso come nuovo tentativo iniziale:

$I_{B2} = 47\ \mu A \quad \rightarrow I_f = 47\ \mu A \quad V_u = - 2.9$ V
$I_5 = 3.8$ mA $\quad I_{C2} = 3.75$ mA ,

da cui risulta $I_{B2}=37\mu A$. Questo ultimo risultato differisce dal valore ottenuto nella precedente iterazione di circa il 25%. Procedendo ancora nell'iterazione si ottiene:

$I_{B2} = 37\ \mu A \quad \rightarrow I_f = 37\ \mu A \quad V_u = - 2.4$ V
$I_5 = 4$ mA $\quad I_{C2} = 3.94$ mA ,

da cui risulta $I_{B2}=39\mu A$, che differisce dal valore ottenuto nella precedente iterazione solo del 5%. Se può essere ritenuto soddisfacente ci si ferma, altrimenti si prosegue nella iterazione successiva. Considerando che le tolleranze nei valori dei componenti passivi sono del 1÷5%, e, tenendo presente quelle ben più ampie del β dei transistori, non conviene quasi mai spingere il calcolo troppo avanti.
L'analisi iterativa ci ha fatto scoprire un aspetto critico di questo circuito : poiché $I_f=I_{B2}$ il potenziale del nodo d'uscita è molto sensibile al valore del β di T_2. Un valore più alto del β, e quindi un valore più elevato del guadagno di anello, garantirebbe una maggiore stabilità della polarizzazione.

10.6 ANALISI DEL RUMORE IN UN CIRCUITO RETROAZIONATO

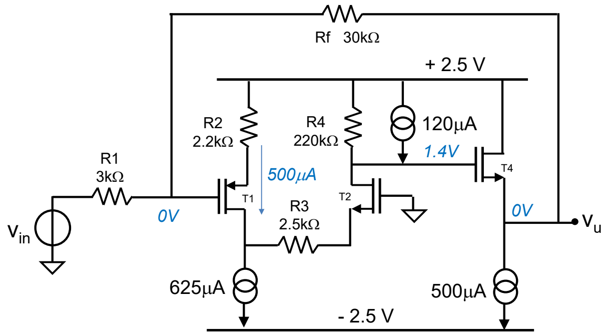
Vediamo ora come stimare la **densità spettrale di rumore** in un punto di un circuito retroazionato, tipicamente l'uscita, prodotto da una o più sorgenti di rumore poste in un punto qualunque del circuito stesso.

Per svolgere questa analisi è buona pratica visualizzare sul circuito il generatore di rumore (di corrente o di tensione, a piacimento e secondo comodità come già visto nel CAP.8) e scegliere un verso al "guizzo" di rumore e seguirlo lungo l'anello fino a ritornare nel punto di partenza. Così facendo si scopre come il circuito reagisca a quella specifica sollecitazione di rumore e conseguentemente come si muove l'uscita. Questa analisi è identica nelle modalità a quella fatta nei paragrafi precedenti per studiare il guadagno ideale di un circuito. Per semplicità, e perché l'informazione che se ne ottiene è comunque sufficiente, anche per il rumore si considera la risposta del circuito come se questo fosse <u>idealmente</u> retroazionato. Operando in questo modo, nulla di nuovo deve essere saputo rispetto all'analisi di risposta ideale vista fino ad ora.

Dopo avere calcolato **il trasferimento ideale tra la sorgente di rumore e l'uscita del circuito** del "guizzo" di partenza, si calcola il valore quadratico medio delle singole componenti spettrali, sostituendo poi l'espressione della densità spettrale di potenza di rumore della sorgente di rumore. Essa risulterà così moltiplicata per il quadrato della sua funzione di trasferimento.

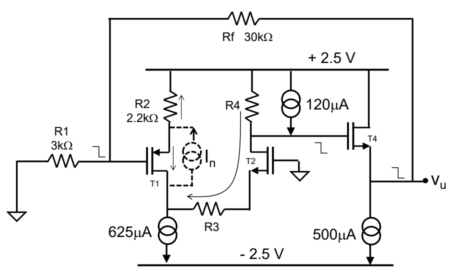
I seguenti esempi permetteranno di prendere confidenza con il metodo.

E 10.13 *Si consideri il circuito retroazionato della figura seguente in cui sono indicati in azzurro i valori della polarizzazione (i MOSFET abbiano V_T=0.4V, k=500µA/V² e V_A=∞).*
a) Calcolare il guadagno di tensione $G_{id}=V_u/V_{in}$ del circuito nell'ipotesi di retroazione ideale.
b) Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita, S_u, prodotta dal canale del transistore T1.
c) Calcolare la densità spettrale di rumore in uscita, S_u, dovuta alla resistenza Rf.
d) Individuare quali elementi circuitali non producono alcuna variazione all'uscita pur generando rumore localmente nel punto dove sono.

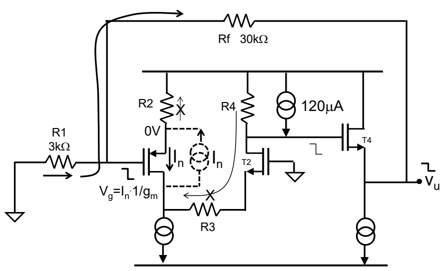


a) Immaginando di stimolare il circuito con un gradino positivo di tensione v_{in}, anche il Gate di T1 si alzerà, diminuendo la corrente in T1. Quindi aumenta la corrente che scende da R4 che fa scendere il potenziale del Gate di T4. Anche il Source scende (è un follower) e, ritornando all'ingresso tramite la rete di retroazione, anche il Gate di T1 viene spinto verso il basso. La retroazione quindi reagisce all'iniziale salita del Gate di T1 con un segnale che la contrasta: nell'ipotesi di retroazione ideale, il punto di Gate tenderà a non spostarsi. Quindi ai capi di R1 si sviluppa proprio il segnale v_{in}, producendo una corrente che verrà richiamata dal ramo di Rf. Poiché il Gate di T1 è tenuto fermo, la variazione dell'uscita è solo la caduta di tensione in Rf: $G_{id}=-R_f/R1=-10$.

b) Modellizzo la sorgente di rumore come un generatore di corrente in parallelo al canale del MOSFET T1 e scelgo il verso del "guizzo" di corrente i_n verso l'alto. Esso si dividerà in parte scorrendo in su lungo R2 in parte scorrendo in giù nel transistore, sicuramente alzando il potenziale del Source. Il bilancio al



nodo di Drain mostra che deve essere richiamata corrente da R3, che proviene da T2 e R4. Il Drain di T4 quindi scende, e scende anche il suo Source. Tramite la rete di reazione, Rf e R1, anche il Gate di T1 scende.



La retroazione ha quindi reagito allo stimolo iniziale aumentando il comando v_{sg} del MOSFET T1 e quindi cercando di far portare tutta la corrente di rumore dal transistore. Nell'ipotesi di retroazione perfetta, in R2 ne scorrerà solo una frazione infinitesima (e così pure in R4. Ma ricordatevi che state ipotizzando un Gloop infinito e quindi questa corrente infinitesima è sufficiente per muovere i punti del circuito della quantità necessaria). Quindi il Source non si sposterà in tensione. Viceversa il Gate dovrà scendere proprio del valore che permetta a tutta i_n di scorrere in T1:

$$v_g = i_n \cdot \frac{1}{g_{m1}}$$

Quando il Gate di T1 scende attiva una corrente in R1 che scorrerà anche in Rf imponendo una discesa del potenziale all'uscita di un valore ben preciso e pari a

$$v_u = \frac{i_n \cdot \frac{1}{g_{m1}}}{R1} \cdot (R1 + Rf)$$

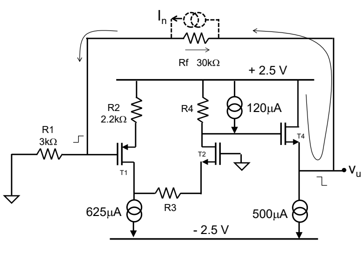
Considerando ora il valore quadratico medio frequenza per frequenza del segnale di rumore, si fa il quadrato dell'espressione e la si media :

$$\overline{v_u^2} = \overline{i_n^2 \cdot \left(\frac{1}{g_{m1}} \frac{(R1+Rf)}{R1}\right)^2}$$

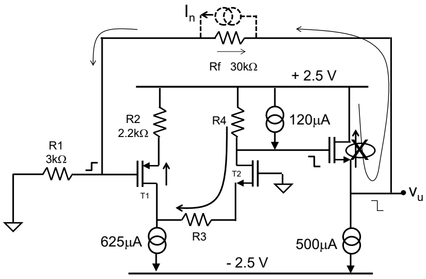
Essa fornisce quindi la densità spettrale di rumore in uscita, $S_{u|T1}$, come :

$$\overline{v_u^2} = S_{u|T1} = \frac{4kT}{1/g_{m1}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \overline{\left(\frac{1}{g_{m1}} \frac{(R1+Rf)}{R1}\right)^2} = 1.3 \cdot 10^{-15} \, \frac{V^2}{Hz} = \left(36 \, \frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$

c) In maniera analoga si calcola il rumore all'uscita dovuto a Rf. Si pone un generatore di corrente in parallelo a Rf, con il verso ad esempio verso sinistra. La corrente di rumore I_n in parte si chiuderà in Rf ed in parte scorrerà in R1, facendo alzare il Gate di T1. Il bilancio all'altro capo del generatore evidenzia che la corrente di rumore inizialmente vorrebbe provenire in parte da T4.



Il segnale al Gate di T1 però attiva lo stadio di andata della retroazione, facendo diminuire la corrente in T1, richiamata da R4, che a sua volta sposta in giù il Gate di T4. Questo diminuisce il comando di T4 che quindi tenderà a portare della corrente verso l'alto, in contrasto con l'iniziale corrente verso il basso. L'effetto finale, nell'ipotesi di meccanismo ideale, è che la corrente in T4 sia nulla, e quindi tutta la corrente In sia forzata a scorrere in Rf.



Poiché conseguentemente anche in R1 non scorre corrente e quindi il Gate di T1 stia fermo in tensione, l'uscita si sposterà di :

$$\mathrm{v_u} = \mathrm{i_n} \cdot R_f$$

Dovendo considerare la densità spettrale di potenza del rumore, si fa il quadrato dell'espressione e la si media :

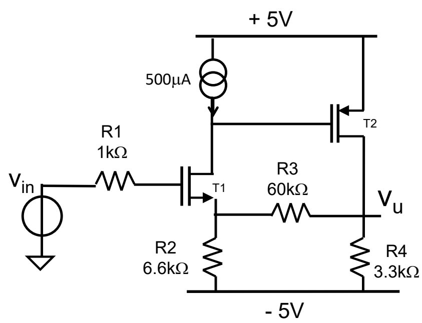
$$\overline{v_u^2} = S_{u|Rf} = \frac{4kT}{R_f} \cdot \overline{\left(R_f\right)^2} = 4.8 \cdot 10^{-16}\ \frac{V^2}{Hz} = \left(22\ \frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$

d) Provate voi a verificare che il rumore di R3 e quello del canale di T2 non producano alcuna variazione della tensione all'uscita.

E 10.14 *Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita di questo circuito in cui i MOSFET abbiano $|V_T|=0.7V$ e $|k|=500\mu A/V^2$.*

Considerare tutte le sorgenti di rumore presenti.

.

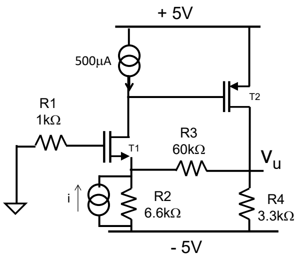


Dalla polarizzazione risulta Vu=-1.7V, $1/g_{m1}=1k\Omega$. Si vede anche che $G_{loop}=-\infty$, identificandolo come un circuito praticamente ideale, il cui guadagno tra ingresso ed uscita vale

$$G_{id} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} = 10 \cong G_{reale}$$

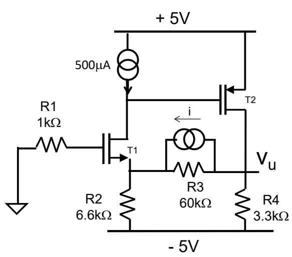
Rumore di R1: poiché il generatore di tensione di rumore si posiziona esattamente come il segnale, è immediato calcolare la densità spettrale in uscita come

$$S_{R1}(f) = 4kTR_1\left(\frac{R_2+R_3}{R_2}\right)^2 = \left(40\frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$



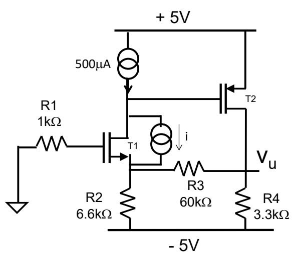
Rumore di R2: evidenziando il generatore di corrente di rumore ed analizzando l'effetto della retroazione, si conclude che il "guizzo" di corrente di rumore scorre tutto in R3 con la retroazione che tiene il Source fisso:

$$S_{R2}(f) = \frac{4kT}{R_2}(R_3)^2 = \left(93\frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$



Rumore di R3: la retroazione evita che il "guizzo" di corrente scorra in T1 ed in R2 e lo fa scorrere tutto in R3:

$$S_{R3}(f) = \frac{4kT}{R_3}(R_3)^2 = \left(31\frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$



Rumore di R4: la retroazione assorbe tutta la corrente in T2, rendendo nullo lo spostamento di Vu:
$S_{R4}(f) = 0$

Rumore di T1: la retroazione riassorbe tutta la corrente in T1. Il Source si sposta quindi di Vs=i.1/gm e muove l'uscita di $v_u = i\cdot\frac{1}{g_m}\cdot\frac{R_2+R_3}{R_2}$. Pertanto il contributo di rumore vale :

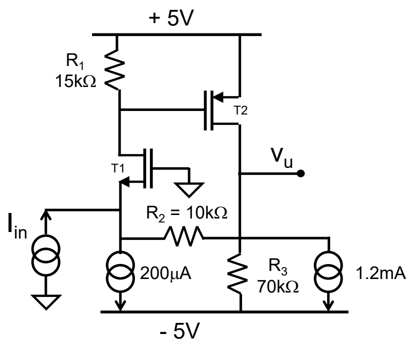
$$S_{T1}(f) = \frac{2}{3}\frac{4kT}{1/g_m}\left(\frac{1}{g_m}\right)^2\left(\frac{R_2+R_3}{R_2}\right)^2 = \left(33\frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$

Rumore di T2: la retroazione riassorbe tutta la corrente in T2. Quindi $S_{T2}(f) = 0$

In totale quindi la densità spettrale di rumore in uscita è pare a

$$S_{Vu}(f) = \left(111\frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$

E 10.15 *Considerare l'amplificatore della figura accanto, in cui i MOSFET abbiano $V_T=0.5V$, $k=½\mu C_{ox}W/L=200\mu A/V^2$, $Va=\infty$.*
a) Calcolare la polarizzazione dei transistori sapendo che la tensione all'uscita sarà Vu=-1.5V
b) Calcolare il trasferimento ideale del circuito
c) Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita dovuta alla resistenza R1 ed al transistore T1

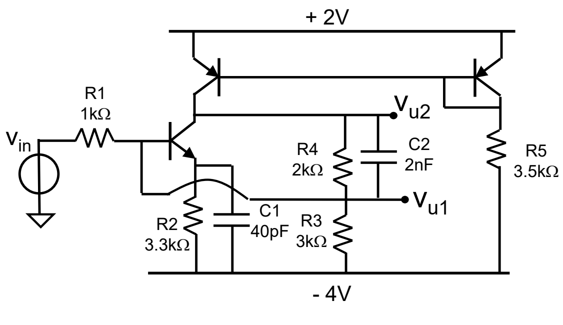


a) $g_m|_{T1}$=400µA/V ($1/g_m$=2500Ω), $g_m|_{T2}$=1mA/V ($1/g_m$=1000Ω).

b) $T_{id} = \frac{v_u}{i_{in}} = -R_2 = -10k\Omega$

c) $$S_u = \frac{4kT}{R1} \cdot \left(\frac{1}{g_{m1}} + R2\right)^2 + \frac{2}{3} \cdot 4kT \cdot \left(\frac{1}{g_m}\right) = (13.9\ \text{nV/sqr(Hz)})^2.$$

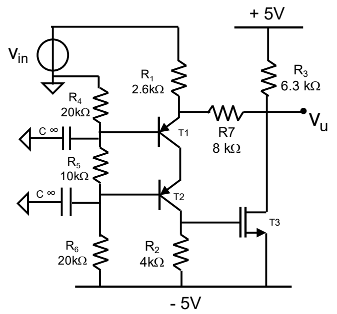
E 10.16 *Considerare l'amplificatore retroazionato riportato sotto, in cui si usino dei BJT che abbiano β=200 e $V_a=\infty$.*
a) Calcolare la polarizzazione del circuito
b) Calcolare il valore dei guadagni ideali tra l'ingresso e le due possibili uscite, disegnandone l'andamento con la frequenza.
c) Calcolare lo spettro della densità spettrale di rumore Su(f) all'uscita dovuta al rumore di R4
d) Calcolare lo spettro della densità spettrale di rumore Su(f) all'uscita dovuta al rumore di R5
e) Calcolare l'impedenza di ingresso del circuito come vista dal generatore di tensione Vin



a) Vu≅-0.5V, $g_m|_{T1}$=33mA/V ($1/g_m$=30Ω).
b) V_{u1}/V_{in}=0 ; $V_{u2}/V_{in}|_{LF}$=-2 ; $V_{u2}/V_{in}|_{HF}$=0.
c) La retroazione tende a chiudere tutta la corrente di rumore su R4. Poiché in R3 quindi non scorre corrente, Vu1 rimane fissa e Vu2 si sposta proprio della corrente di rumore per R4: Su(0)=4kTR4; Su(∞)=0.
d) La retroazione tende a raccogliere nel BJT di ingresso tutta la corrente prodotta da R5. A questo punti essa scorre in R2, alza Vb all'ingresso e quindi l'uscita Vu1: $Su(0)=(4kT/R_5)(1/gm+R_2)^2$; $Su(\infty)=(4kT/R_5)(1/gm)^2$.
Lo spostamento di Vu1 abilita anche il corrisponedente spostamento di $Vu2=Vu1/(R_1||R_2)xR_4||C_2$.
f) $Z_{in}(0)$ = 1kΩ + 3kΩ; $Z_{in}(\infty)$ = 1kΩ + 70Ω;

E 10.17

Considerare il circuito accanto, in cui il BJT abbia β=300 e Va=∞ ed il MOSFET abbia V_T=1V, k=1mA/V² e Va=∞:

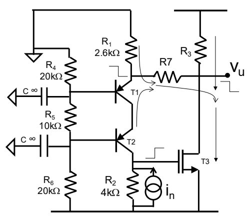


a) Calcolare la tensione dell'uscita Vu in assenza di segnale.
b) Calcolare il valore del segnale di corrente in T3 quando viene applicato un segnale V_{in}, nel caso di comportamento ideale del circuito.
c) Stimare il valore della resistenza di uscita del circuito.
d) Calcolare la densità spettrale in uscita dovuta al rumore della resistenza R2.
e) Calcolare la densità spettrale in uscita dovuta al rumore della corrente di Collettore di T1.

a) V_u ≅ -1.3V, $g_m|_{T1}$=20mA/V ($1/g_m$=50Ω); $g_m|_{T3}$=2mA/V ($1/g_m$=500Ω);.
b) La retroazione contrasta ogni spostamento in tensione dell'emettitore di T1. Pertanto viene richiesta una corrente V_{in}/R1, tutta richiamata dalla retroazione in R7. Questo comporta che la tensione dell'uscita si muova di V_u=-R7*V_{in}/R1. Essa cade anche ai capi di R3 e la corrente corrispondentemente prodotta in R3 si somma alla V_{in}/R1 a dare la corrente totale attivata da T3 in condizioni ideali:

$$i_D = \frac{v_{in}}{R1} + \frac{v_{in}}{R1}\frac{R7}{R3}.$$

c) L'impedenza tende ad essere nulla.



d) Visualizzo il rumore di R2 con un generatore di corrente i_n di verso definito.
Seguendo il segnale di rumore in senso antiorario lungo il circuito, si vede che la retroazione reagisce contrastando l'iniziale movimento positivo di V_{GT3} ed assorbendo tutta la corrente di rumore verso l'alto in T1 e T2. La corrente i_n richiamata da T1 avrà come prerequisito che la sua V_{be} sia diminuita e quindi che il potenziale dell'emettitore sia sceso di $v_e=i_n*1/g_{m1}$. Questa tensione richiama una corrente da R1 che si somma alla i_n e sposta l'uscita di :

$$V_u = \left(i_n + i_n \frac{1/gm}{R1}\right) R7$$

La densità spettrale del rumore all'uscita dovuto a R2 è quindi :

$$S_u = \frac{4kT}{R2} * \left[\left(1 + \frac{1/gm}{R1}\right) R7\right]^2$$

pari a circa (11 nV/$\sqrt{Hz}$)^2.

e) Anche per il generatore di corrente tra Emettitore e Collettore di T1 che ne simula il rumore di corrente prodotto dalla corrente di collettore si devono fare ragionamenti simili a sopra.

10.7 DINAMICA DI INGRESSO E DI USCITA

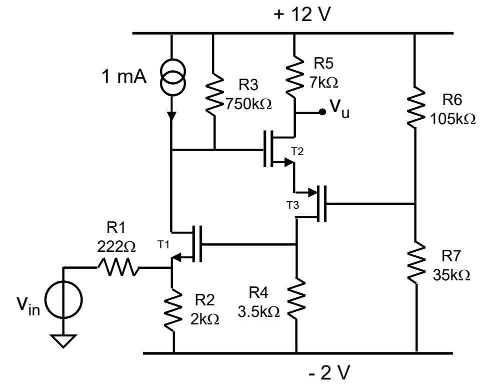
L'applicazione di un segnale all'ingresso di un circuito determina escursioni nei potenziali e nelle correnti nei nodi e nei rami del circuito. La massima escursione del segnale prima che un nodo del circuito vada oltre le tensioni di alimentazione o prima che un elemento amplificante esca dalla zona di funzionamento attiva definisce la dinamica del circuito.

Per calcolare la dinamica nel caso specifico dei circuiti reazionati, ci poniamo nell'ipotesi che il circuito si comporti in modo ideale entro tutta la dinamica e che quindi il circuito si comporti su grandi segnali nella stessa maniera in cui si comporta per piccoli segnali. Ad esempio un circuito reazionato che presenti una terra virtuale va pensato continuare a tenere la terra virtuale ed a fornire un guadagno ingresso-uscita pari a quello per piccolo segnale anche quando si applicano grandi segnali. Compito quindi dell'analisi della dinamica è indagare per quale ampiezza del segnale di ingresso qualche componente lungo l'anello venga a smettere di funzionare correttamente.

In pratica si fa una analisi "quasi statica" del circuito, partendo dai valori di polarizzazione in tutti i rami e nodi del circuito ed aumentando o diminuendo il segnale di ingresso a passi successivi, indagando come i punti si spostano e quale transistore esce per primo dalla zona di funzionamento attivo.

Gli esempi in questo paragrafo e nei successivi permetteranno di prendere confidenza con il metodo.

E 10.18 *Il circuito della figura seguente utilizza transistori nMOSFET e pMOSFET aventi V_T=0.5V, k=½μCoxW/L=1mA/V² e VA=∞.*
a) Calcolare la polarizzazione del circuito ed il valore dell'uscita in assenza di segnale.
b) Calcolare il guadagno di tensione $G=v_u/v_{in}$ del circuito nell'ipotesi di retroazione ideale.
c) Calcolare la massima ampiezza di una sinusoide a bassa frequenza applicabile all'ingresso del circuito
d) Calcolare la densità spettrale di rumore in uscita, Su, dovuta alla resistenza R4 e la densità spettrale dovuta al transistore T3.



a) Partendo dalla considerazione che in R3 (dato il suo elevato valore) scorra una piccola corrente, la corrente in T1 sarà in prima approssimazione 1mA. Pertanto Vs deve essere circa a 0V per rispettare il bilancio su R1 e R2. T1 avrà V_{GS}=1.5V. In R4 scorrerà quindi 1mA, che continuerà in T3 e T2 e in R5. Essendo il Gate di T3 alla tensione fissa di 1.5V dettata dal partitore, il Gate di T2 starà a circa 4.5V. Ho quindi fatto tutto il giro e posso confrontarmi con la mia ipotesi iniziale : in R3 ora so che circolano circa 10μA che si sommerebbero al 1mA di partenza. Essendo un aggiustamento del valore iniziale di solo 1%, non è necessario iterare ulteriormente e considero la polarizzazione conclusa con la tensione di uscita Vu≅5V, g_m=2mA/V ($1/g_m$=500Ω) per tutti i transistori.

b) Un segnale v_{in} positivo alzerebbe il Source di T1, facendo scorrere una corrente di segnale in T1 verso l'alto. Girando nel verso dettato dall'anello, in questo caso orario, si trova che il Gate di T2 si alzerebbe, attivando una corrente verso il basso in T2 e T3. Questa farebbe alzare la tensione del Gate di T1, attivando una corrente verso il basso in T1 che contrasta l'iniziale variazione verso l'alto. Se realizzato al meglio, questo meccanismo di reazione contrasterebbe perfettamente le variazioni di corrente in T1, cercando di mantenere il comando di T1 invariato al valore di polarizzazione, v_{gs}=0 (la nostra ε). Pertanto qualunque spostamento in tensione io imponga al Source di T1, lo ritroverò identico al suo Gate. Questo segnale attiverebbe una corrente in R4 che scorrerebbe attraverso T3 e T2 fino a R5. Poiché in T1 non scorre corrente (perché $v_{gs}=0$), il segnale v_{in} si ripartirà semplicemente tra R1 e R2 :

$$G = \frac{v_u}{v_{in}} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2}\frac{R_5}{R_4} = -1.8$$

a) **Per v_{in} positivi** : quando il Source di T1 sale, abbiamo visto che di altrettanto sale il suo Gate. Poiché il Gate di T3 è fisso alla tensione di 1.5V, la salita del suo Drain (inizialmente a 1.5V anche lui) può portare T3 fuori dalla saturazione. Il Drain di T3 potrà quindi salire sopra il suo Gate di una soglia, concedendoci uno spostamento in su di 0.5V, che riportato in ingresso diventa v_{in}=0.55V.
Quando v_{in} sale, Vu scende, rendendo possibile l'entrata in ohmica di T2. Valuto quindi anche questo limite : dato che V_G=4.5V e Vu=5V, il Drain può scendere di circa 1V (una V_T sotto il valore del Gate). Essendo il guadagno G=-1.8 si ottiene v_{in}≅0.55V, casualmente simile al vincolo trovato su T3. Potrei tenere in conto anche il piccolo spostamento a salire di VG di T2 (lascio a voi calcolarlo) per dire che T2 limiterà prima di T3. Non essendoci altre condizioni di vincolo, concludo che il massimo spostamento positivo di v_{in} sia di poco inferiore a 0.55V.
Per v_{in} negativi : per quanto detto sopra, T2 e T3 non daranno alcun problema di saturazione, solo potranno spegnersi. Ma per spegnersi, V_G di T1 dovrebbe arrivare a -2V, impossibile perché il suo Source non può scendere sotto l'alimentazione. Quindi il massimo che posso fare è portare il Source di T1 a -2V, e per farlo devo portare v_{in}=-2.22V. Nell'ipotesi che il generatore v_{in} sia anch'esso alimentato come il circuito, non potrò scendere sotto v_{in}=-2V.
Concludendo, la massima ampiezza di una sinusoide applicabile all'ingresso è di circa 550mV.

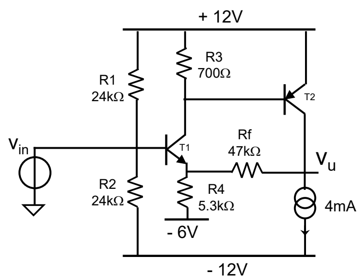
b) **Rumore di R4**: visualizzo il rumore ad esempio con la sua corrente fornita da un generatore in parallelo a R4, con il verso in alto. Essa inizialmente potrà solo circolare in R4, alzandone il potenziale. Questo attiva una corrente in T1 verso il basso, che farà scendere il potenziale del Gate di T2. Questo comanderà i due MOSFET a produrre un segnale di corrente verso l'alto, che verrà prelevato proprio dal generatore di rumore. Se la retroazione fosse perfetta ($G_{loop}=-\infty$), inevitabilmente tutta la corrente di rumore verrebbe richiamata verso l'alto dalla retroazione e la ritroveremmo sulla resistenza R5, muovendo la tensione di uscita. Pertanto il trasferimento del guizzo di corrente sarebbe semplicemente $v_u = i_n R_5$ a cui corrisponderebbe una densità spettrale in uscita pari a :

$$S_u|_{R4} = \frac{4kT}{R_4} \cdot R_5^2 = 2.2 \cdot 10^{-18}\frac{V^2}{Hz} = \left(15\frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$

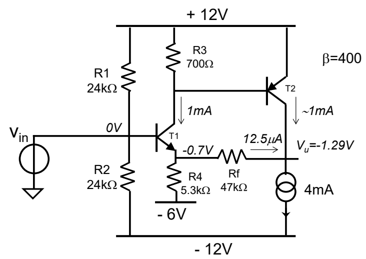
Rumore di T3: visualizzo il rumore di corrente con un generatore posto tra Source e Drain di T3, con il guizzo ad esempio verso l'alto. Esso si dividerà inizialmente in parte a salire lungo T2 in parte a rientrare in giù in T3. Questo costringe parte della corrente a scorrere in su attraverso R4, abbassandone il potenziale al Gate di T1. La corrente in su che conseguentemente scorre in T1 farà alzare il Gate di T2 e scendere della corrente da T2. Quest'ultima quindi contrasta l'iniziale salita di corrente attraverso T2. In un circuito ben fatto, questo contrasto sarà perfetto e quindi non potrà esserci corrente netta in su lungo T2. Tutta la corrente di rumore si chiuderà quindi nel transistore T3 e la tensione di uscita non ne risentirà :

$$S_u|_{T3} \cong 0\,\frac{V^2}{Hz}$$

E 10.19 *Determinare la dinamica di ingresso e di uscita del circuito accanto (già visto in E 10.2), supponendo che la minima tensione accettabile ai morsetti del generatore di corrente di polarizzazione sia di 0.2V.*



Per analizzare bene la dinamica del circuito conviene riportare precisamente i valori di polarizzazione di ogni punto, come desunti da E10.2.



Dinamica positiva. Per ogni mV di aumento del potenziale v_{in}, il potenziale dell'Emettitore di T_1 aumenta praticamente della stessa quantità, ed il potenziale del nodo d'uscita aumenta 9.8 volte tanto. Il potenziale del Collettore di T_1 praticamente non varia, essendo vincolato a circa +11.3V dalla giunzione Base-Emettitore di T_2. Il limite alla dinamica positiva sarà pertanto dato o dalla saturazione di T_1 (perché sale la sua Base) o dalla saturazione di T_2 (perché sale il suo Collettore). Quando v_{in}=0V, il potenziale del nodo d'uscita è V_u=-1.29, e potrebbe salire fino al valore massimo di +11.8V. In approssimazione lineare, questa escursione di 13.1V corrisponde ad un segnale v_{in} pari a 13.1V/9.8=+1.34V. In questa situazione T_1 opera ancora in zona attiva.

Quindi la dinamica d'ingresso del circuito è limitata superiormente dalla saturazione di T_2 e vale $\mathbf{v_{in}|_{max+}=1.34V}$. In questa situazione limite in R_f fluirebbe una corrente pari a circa 0.24mA verso l'Emettitore di T_1 , la corrente di T_1

sarebbe ancora pari all'incirca a 1mA e la corrente erogata da T_2 sarebbe di 4.24mA.

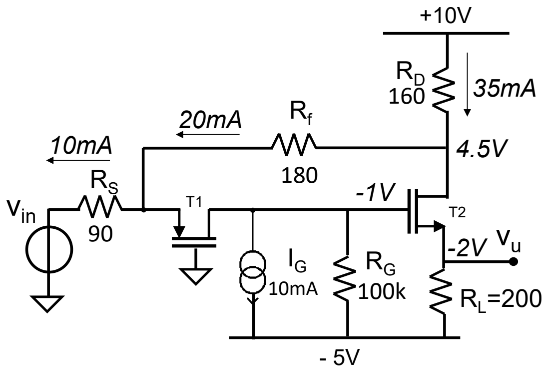
Dinamica negativa. Si supponga ora di diminuire il potenziale d'ingresso; corrispondentemente diminuisce sia il potenziale dell'Emettitore di T1 che quello del nodo d'uscita. È immediato notare che i limiti in cui si potrebbe incorrere non sono dovuti alla saturazione dei transistori ma eventualmente alla loro interdizione. Per garantire il corretto funzionamento del generatore di corrente di polarizzazione, il potenziale del nodo d'uscita non potrà scendere al di sotto di -11,8V. L'escursione di -11.7V corrisponde ad una diminuzione di v_{in} pari a 10.5V/9.8=-1.1V. Corrispondentemente, il potenziale dell'Emettitore di T_1 è -1.8V; attraverso R_f fluiscono (11.8V-1.8V)/47kΩ=0.2mA e quindi T_2 eroga 4mA-0.2mA=3.8mA mentre la corrente di T_1 è pari ancora a circa 1mA. Pertanto $\mathbf{v_{in}|_{max-}=-1.1V}$.

Concludendo, la dinamica di uscita è di $-11.8V<V_u<+11.8V$ corrispondente ad una dinamica praticamente simmetrica di ingresso di $-1.1V<v_{in}<+1.2V$. In questo circuito quindi il limite di dinamica è imposto dalle alimentazioni. Si noti come si sia ipotizzato che fino ai limiti estremi di dinamica il circuito abbia un G_{loop} tale da considerare la retroazione ben efficace.

E 10.20 *Si consideri il seguente circuito già analizzato nel E10.6, utilizzante MOSFET con V_T=0.5V, k=60mA/V^2 e resistenza di Drain infinita. Nello schematico è indicata la polarizzazione per comodità.*

a) Trascurando le non linearità degli elementi attivi, si determini la dinamica di ingresso del circuito.

b) Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita dovuta al rumore termico della resistenza R_D.



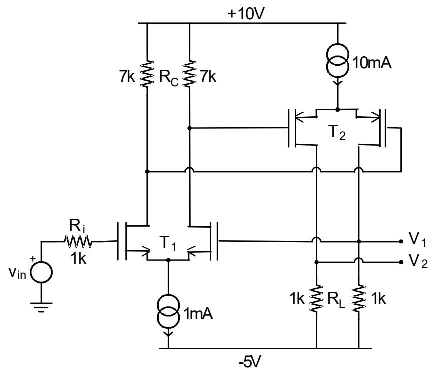
Ricordiamoci che il guadagno del circuito è G=4.7.

Dinamica positiva. Aumentando il potenziale v_{in} , il potenziale del Source di T_1 non varia significativamente (perché la retroazione reagisce ad ogni suo cambiamento) e la corrente iniettata è richiamata attraverso R_f. Il potenziale del Drain di T_2 diminuisce quindi di R_f/R_s=2mV per ogni mV di aumento di v_{in}, e corrispondentemente il potenziale del Source (Vu) aumenta di 4.7mV. Anche il potenziale del Gate di T_2 aumenta pressoché della stessa quantità, che è connesso al Drain di T_1. T1 uscirebbe dalla saturazione se il suo Drain salisse oltre $V_D|_{T1}$=0.5V. Ricordando che in polarizzazione, per v_{in}=0V, si ha V_D=-1V, l'escursione permessa per V_D è di 1.5V equivalente ad una sua variazione di 1.5V del morsetto di uscita. Pertanto v_{in}=1.5V/4.7=320mV.
Vediamo se in questa situazione T_2 rimane in saturazione : il suo Drain scende di 640mV, raggiungendo V_D=3.9V, ben maggiore della tensione del suo Gate. Concludiamo dicendo quindi che il limite è dato dall'ingresso in saturazione di T_1 e che la massima escursione positiva è $\mathbf{v_{in}|_{max+}=320mV}$.

Dinamica negativa. Se il segnale d'ingresso è negativo, la corrente richiamata dal nodo d'ingresso fa aumentare la corrente che fluisce attraverso R_f. Il potenziale del Drain di T2 aumenta. Meno corrente quindi proviene da R_D ed il transistore T_2 va verso l'interdizione, raggiunta quando la corrente da R_D viene tutta richiamata da R_f. Ciò avviene quando V_{D2}=5.7V. A questo punto il Source di T2 raggiunge -5V. In questa situazione la tensione V_{GS} di T_2 sarebbe pari al valore di soglia (0.5V) senza problemi per T1. Corrispondentemente, il valore minimo di v_{in} sarebbe -1.2V/2=-600mV: $v_{in}|_{max-}$**=-600mV**.

b) E' facile verificare che la retroazione tende a richiamare la corrente di rumore nel transistore T2. Nell'ipotesi di retroazione ideale quindi tutta scorrerà nella resistenza R_L producendo una densità spettrale di $S_n=4\cdot10^{-18}[V^2/Hz]$ $=(2nV/sqr(Hz))^2$.

E 10.21 *Determinare la dinamica di ingresso e di uscita del circuito dell'esercizio E10.8 supponendo che per garantire il corretto funzionamento dei generatori di corrente di polarizzazione siano necessari almeno 0.2V ai loro capi.*



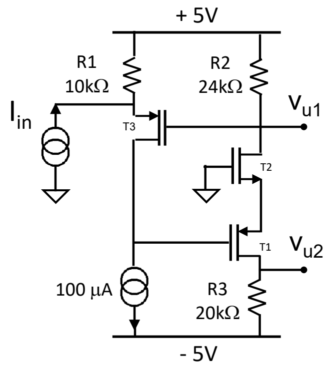
Per studiare la dinamica dello stadio bisogna ricordare che per v_{in}=0V i Drain della prima coppia differenziale T_1 sono a +6.5V, mentre i Drain della seconda coppia sono a 0V. Le due coppie sono bilanciate.

Dinamica positiva**:** Per segnali v_{in} positivi, anche V_1 sale corrispondentemente e fa aumentare la corrente nel ramo di destra di T2. L'aumento massimo possibile è quando tutta la corrente I=10mA scorre nel ramo di destra, a cui corrisponde $v_{in}=V_1$=+5V. È facile verificare che questo è effettivamente il limite di dinamica perchè gli altri componenti del circuito continuano a funzionare correttamente. $v_{in}|_{max+}$**=5V**.

Dinamica negativa: Diminuendo il potenziale di v_{in}, il potenziale V_1 diminuisce della stessa quantità. Per garantire il corretto funzionamento del generatore di corrente di polarizzazione del primo stadio, il limite inferiore al potenziale v_{in} è -5V+0.2V+1.6V=-3.2V. Lo stesso limite ha l'escursione di V_1. Il potenziale V_2 varia della stessa quantità di V_1 ma in opposizione di fase. Quindi al limite V_2 sale fino a +3.2V e consente ancora di far funzionare la coppia T_2 correttamente: $v_{in}|_{max-}$**=-3.2V**.

In conclusione la dinamica è di $-3.2V<v_{in}<+5V$, uguale in ingresso ed in uscita perchè il guadagno è unitario. Si noti come di nuovo si sia ipotizzato che fino ai limiti estremi di dinamica il circuito abbia sempre un G_{loop} tale da considerare la retroazione ben efficace.

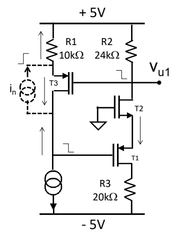
E 10.22 *Considerare il circuito accanto in cui i MOSFETs abbiano V_T=0.4V, $k=½\mu C_{ox}W/L=100\mu A/V^2$ e $V_A=\infty$.*



a) Calcolare le tensioni stazionarie alle due uscite V_{u1} e V_{u2}.
b) Calcolare l'espressione dei due trasferimenti ideali, T1 e T2, del circuito verso le due uscite, V_{u1} e V_{u2}
c) Calcolare l'impedenza di ingresso del circuito, come vista dal generatore di corrente di segnale.
d) Calcolare la dinamica di ingresso positiva e negativa.
e) Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita V_{u1} dovuta al solo contributo del rumore di canale di T3.
f) Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita V_{u2} dovuta al solo contributo del rumore di canale di T2.

a) V_{u1}=2.6V; V_{u2}=-3V.
b) **T1=R₁=10kΩ; T2=-R₁·R₃/R₂=-8333Ω**. Il segnale di corrente infatti inizialmente tende a dividersi tra R1 e T3 innalzando la tensione all'ingresso. La frazione in T3 scorre nell'anello in senso antiorario. Al Gate di T1 vede un'impedenza infinita e produce uno spostamento di tensione positivo potenzialmente infinito. Questo pilota T1 e T2 ed alza la tensione al gate di T3, contrastando l'iniziale aumento di comando di T3. T3 quindi tende a non assorbire corrente I_{in} che scorrerà tutta in R1. Il corrispondente segnale di tensione al Source di T3 sarà identicamente riportato in V_{u1} e tramite R2 in V_{u2}. Notate che il circuito è perfettamente retroazionato con G_{loop} infinito.
c). Per quanto detto, l'impedenza vista dal generatore I_{in} sarà quindi solo **Rin=10kΩ**, in quanto l'apporto del circuito, che è in parallelo a R1, è nullo perché di impedenza infinita.
d) **I_{in} positiva (**verso della freccia): la corrente fluisce tutta in R1, alzando la tensione di ingresso dall'iniziale valore di +4V. Quando I_{in} arriva a 100μA, la corrente circolante in R1 viene azzerata (T3 continua sempre a portare 100μA) e l'ingresso raggiunge +5V, massimo possibile per quel punto perché ha raggiunto l'alimentazione. Il corrispondente aumento di V_{u1} di 1V fa diminuire la corrente in T1 e T2 ma senza costituire un problema. Tutti i transistori stanno ancora funzionando bene. Pertanto **$I_{in}|_{max+}$=100μA**.
I_{in} negativa: La corrente proviene tutta da R1 abbassando la tensione all'ingresso, come pure abbassando di ugual valore la tensione V_{u1} Questo ha due conseguenze che bisogna valutare per capire quale è la più limitante: i) la tensione di collettore di T2 (inizialmente a +2.6V) scende sotto il suo Gate portando T2 in ohmica. Questo limite è ΔV_{u1}=3V che implica I_{in}=-300μA. ii) la

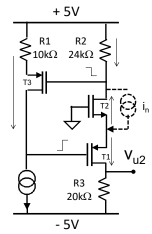
tensione ai capi di R2 aumenta e quindi scorre più corrente in R3 che fa entrare in ohmica T1. Questo ha come limite circa ΔV_{u2}=0.6V (supponendo che il Gate di T1 non si sposti significativamente in tensione nonostante l'aumento della corrente circolante in T1 e ricordando che V_{u2}=-3V in DC) che implica I_{in}=-72µA. Pertanto $\mathbf{I_{in}|_{max}}$**=-72µA**.



e) Metto in evidenza la sorgente di rumore, ad esempio come generatore di corrente i_n in parallelo al canale, e analizzo il trasferimento del guizzo di corrente di rumore verso l'uscita V_{u1}. Il rumore si divide inizialmente tra R1 e T3. La frazione che continua lungo l'anello (attenti al verso!) abbassa il potenziale al Gate di T1, fa aumentare la corrente in T1 e T2 ed abbassa il potenziale del Gate di T3. T3 quindi si ritrova un comando aumentato dalla retroazione e tenderà a richiamare più corrente di rumore dentro di sé, al limite tutta. Poiché non scorre rumore in R1, il Source di T3 starà fisso in tensione e l'uscita Vu1 si muoverà esattamente di $v_{u1}=i_n \cdot 1/g_m$. La densità spettrale di rumore sarà pertanto :

$$S_{T3}(f) = \frac{2}{3}\frac{4kT}{\frac{1}{g_m}} \cdot \left(\frac{1}{g_m}\right)^2$$

Sostituendo i valori si ottiene $\mathbf{S_{T3}}$=5·10^{-17}(V^2/Hz)=$\left(\mathbf{7.3\ nV/\sqrt{Hz}}\right)^{\mathbf{2}}$.



f) Procedendo analogamente per T2, mettiamo in evidenza la sorgente di rumore, I_n. Essa inizialmente (cioè prima che la retroazione si faccia sentire) si dividerà tra i due transistori. Seguendo la componente nel verso di percorrenza dell'anello, essa abbassa il potenziale del Gate di T3, attiva una corrente in T3 verso il basso che alza il potenziale del Gate di T1. Questa attiva una corrente in T1 in verso opposto alla corrente inizialmente circolante, potenzialmente compensandone il valore perfettamente. Tutta la corrente di rumore quindi verrà costretta dalla retroazione a ricircolare in T2. Questo provocherebbe una variazione di V_{gs} di T2 che però in questo caso non ha alcuna conseguenza sulla corrente in R3 perché il Gate di T1 è collegato ad un punto ad alta impedenza. L'uscita Vu2 quindi non si muove, come pure non si muoverebbe l'uscita Vu1:

$$\mathbf{S_{T2}(f) = 0}$$

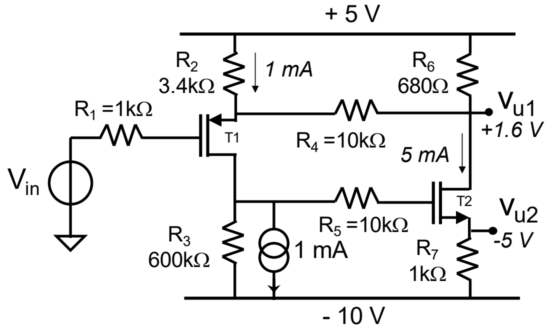
Ricordarsi che i rumori, grandezze casuali e tutte tra loro scorrelate, si sommano in potenza, per cui la densità spettrale di potenza complessiva all'uscita da tante sorgenti sarebbe pari a:

$$S_U(f) = S_{T3}(f) + S_{R2}(f) + S_{T2}(f) + S_{T1}(f) + S_{R3}(f) + S_{R1}(f) =$$

E10.23 *Si riprenda il circuito reazionato del E10.1, riportato per comodità qui di seguito (V_T=0.6V e k=1mA/V^2) con la sua polarizzazione.*

*a) Calcolare la massima tensione **positiva** applicabile all'ingresso;*

*b) Calcolare la massima tensione **negativa** applicabile all'ingresso.*



a) Un **segnale positivo** di tensione all'ingresso fa salire V_{u1}, con un guadagno di G=3.94. Certamente V_{u1} non potrà salire oltre l'alimentazione di +5V. La variazione massima di V_{u1} è quindi di circa 3.4V a cui corrisponderebbe un segnale all'ingresso di $v_{in}|_{max}$=860mV. Notiamo che in corrispondenza di questo valore la corrente in T2 tende ad azzerarsi, V_{u2} a raggiungere l'alimentazione di -10V, T1 continua ad operare in saturazione e null'altra condizione di malfunzionamento si manifesti. Concludiamo dicendo che **$v_{in}|_{max+}$=860mV** è effettivamente il valore da non superare.

b) Quando applichiamo un **segnale negativo** all'ingresso, V_{u1} scende e V_{u2} sale (G=-6.1). Capisco che sia T1 che T2 potrebbero entrare in zona Ohmica. Guardo prima ad esempio T2 : se faccio l'ipotesi che $V_{gs}|_{T2}$ non cambi significativamente nonostante che in T2 cambi un po' la corrente, posso semplificare di molto l'analisi. Posso infatti dire che ΔV_{u1} in giù e ΔV_{u2} in su dovranno sottostare alla relazione :

$$|\Delta V_{u1}| + |\Delta V_{u2}| = 4.4V$$

dove il valore 4.4V è la massima variazione reciproca possibile prima di entrare in Ohmica essendo il Drain a +1.6V ed il Gate a -2.2V e considerando una V_T=0.6V. Noti i due guadagni lineari, il calcolo ci porterebbe a $v_{in}|_{max}$=438mV. Verifico che con questo segnale all'ingresso anche T1 continui a funzionare correttamente. Poiché il Gate di T2 (Drain di T1) sarebbe salito fino al valore V_{GT2}=+470mV, ed il suo Gate di ingresso sarebbe a -438mV, T1 risulterebbe in Ohmico. Devo quindi considerare come limitante la dinamica l'entrata in Ohmico di T1. Pertanto, ricordando che il suo Gate parte da 0V ed il suo Drain parte da -2.2V con V_T=0.6V (e ricordando che il guadagno di tensione tra questi due punti è circa -6.1), la relazione da non superare è:

$$|\Delta V_{in}| + |\Delta V_{DT1}| = 2.8V$$

che ci porta a **$v_{in}|_{max-}$=395mV.**

10.8 CONDENSATORI NEL RAMO DI RETROAZIONE

Grazie al fatto che nei circuiti retroazionati ideali (G_{loop} infinito) il segnale disponibile all'ingresso viene richiamato tutto a scorrere attraverso il ramo di retroazione, lungo questo percorso possiamo pensare di inserire anche condensatori o induttori oltre che resistori. Essi compariranno nell'espressione della funzione di trasferimento ideale tra ingresso ed uscita che quindi non sarà più semplicemente costante al variare della frequenza ma avrà un andamento che rifletterà la loro presenza. In questo modo potremo realizzare funzioni di trasferimento che varino al variare della frequenza secondo nostri desideri e necessità.

Consideriamo ad esempio il circuito della Fig.10.13, a cui applichiamo le considerazioni viste fino ad ora sulla retroazione : a fronte di un gradino positivo v_{in} la tensione al morsetto invertente sale; questo produce un segnale negativo all'uscita dell'OpAmp che a sua volta, attraverso la rete RC di retroazione, tende a tirare in giù il potenziale del morsetto invertente dell'OpAmp. Il meglio che possa succedere è che l'iniziale spostamento in su di quel morsetto venga perfettamente contrastato e che quindi esso rimanga fermo in potenziale. Pertanto si genererà una corrente pari a v_{in}/R_1 che verrà tutta richiamata nella rete RC di retroazione dallo spostamento in giù dell'uscita.

A conclusione di ciò la **funzione di trasferimento ideale** tra ingresso ed uscita risulta essere data da :

$$\frac{v_{in}}{R_1} = -\frac{v_u}{R_2 \| (1/sC)} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{G_{id}(s) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sCR_2}} \tag{10.10}$$

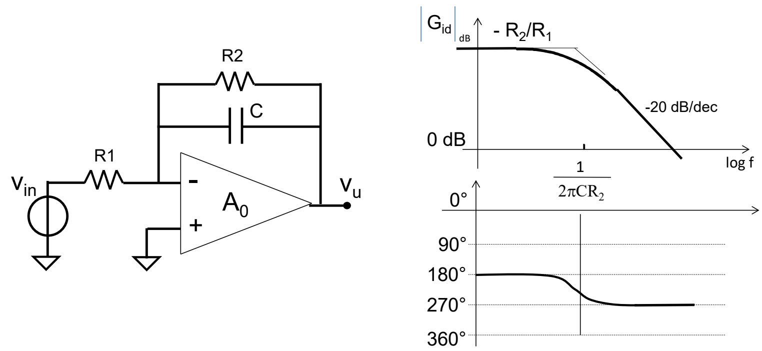


Fig. 10.13 *Circuito retroazionato in cui è presente un condensatore nel ramo di retroazione. Il trasferimento ideale del circuito ha un andamento in frequenza come mostrato nei diagrammi di Bode.*

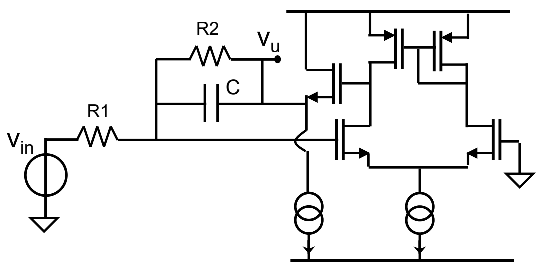


Fig. 10.14 *Esempio di circuito retroazionato il cui trasferimento ideale tra ingresso ed uscita presenta una espressione come la (10.10).*

Essa evidenzia un polo alla frequenza:

$$f_p\big|_{id} = \frac{1}{2\pi \cdot CR_2} \tag{10.11}$$

che definisce la banda passante del circuito nel caso ideale, la cui funzione di trasferimento ideale può essere rappresentata in un diagramma di Bode come nella Fig. 10.13.

Convincetevi che anche il circuito della Fig. 10.14 abbia la stessa funzione di trasferimento ideale (10.10) e quindi gli stessi diagrammi di Bode della Fig.10.13.

Analogamente possiamo affrontare i circuiti della Fig.10.15, differenti nel dettaglio circuitale ma tra loro identici nella **funzione di trasferimento ideale** tra ingresso ed uscita. Essa risulta essere :

$$\frac{v_{in}}{\frac{R_2}{1+sCR_2}} \cdot \left(R_3 + \frac{R_2}{1+sCR_2} \right) = v_u \quad \rightarrow \quad \boxed{G_{id}(s) = \frac{R_3 + R_2}{R_2} \cdot \left(1 + sCR_2 \| R_3\right)} \tag{10.12}$$

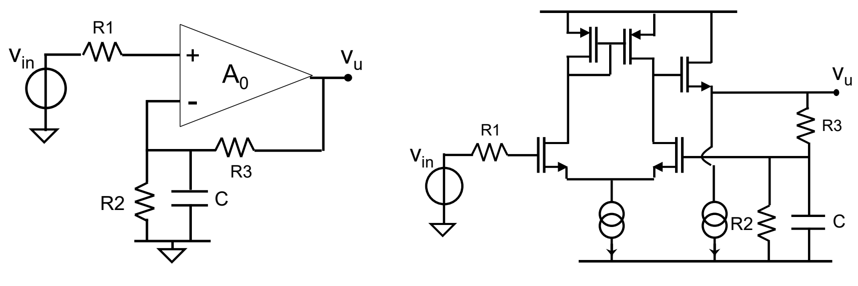


Fig. 10.15 *Esempi di circuiti retroazionati in cui compare un condensatore nel ramo di retroazione. Il guadagno ideale dei due circuiti presenta solo uno zero.*

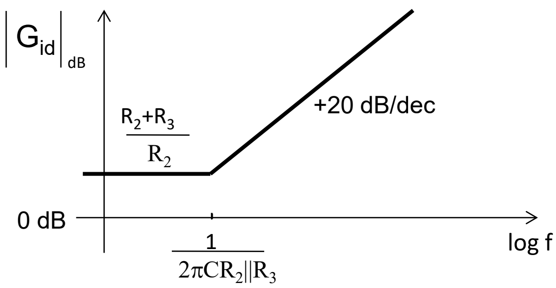


Fig. 10.16 *Andamento in frequenza del guadagno ideale dei circuiti della Fig.10.15, che evidenziano un comportamento da derivatore approssimato come risultato della presenza solo di uno zero nella funzione di trasferimento.*

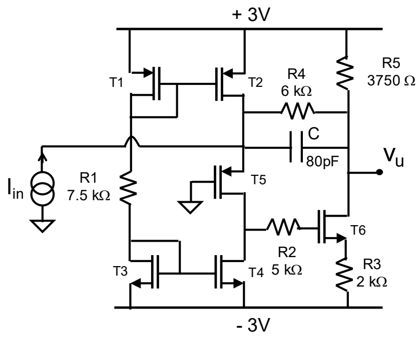
Notate che nonostante la presenza di un condensatore, il guadagno ideale non presenta alcun polo! Il grafico di $G_{id}(s)$ è riportato nella Fig.10.16 ed evidenzia come all'aumentare della frequenza del segnale di ingresso la corrente prodotta in C aumenta e quindi aumenta la caduta di tensione ai capi di R3 e pertanto aumenta la tensione dell'uscita.

Vediamo altri esempi negli esercizi seguenti, posticipando ai prossimi capitoli l'analisi degli stessi circuiti nel caso di retroazione reale.

E10.24 *L'amplificatore a transimpedenza disegnato a lato ha tutti i MOSFET con V_T=0.5V, k=400μA/V² e Va=∞.*

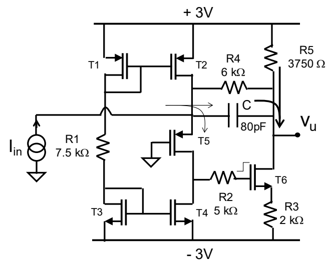
a) Calcolare il valore della tensione Vu di polarizzazione dell'uscita

b) Calcolare il trasferimento ideale v_u/i_{in} del circuito e rappresentarlo graficamente in un diagramma di Bode.



a) I transistori T1, T2, T3 e T4 formano un generatore di corrente a specchio di 400μA. La medesima corrente scorrerà necessariamente anche in T5 e quindi in R4 non potrà scorrere corrente, cosicché ai capi di R5 risulteranno esserci

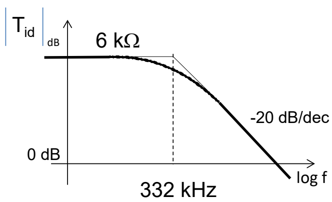
1.5V. **Vu=1.5V**. La corrente in T6 sarà quindi di 400μA e la tensione al suo gate è a -0.7V. Tutti i transistori risultano funzionare nella loro zona di funzionamento corretta. Tutti i transistori mostrano una g_m=800μA/V.

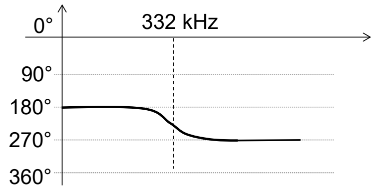


b) La corrente di segnale i_{in} fa inizialmente salire la tensione del Source di T5; una parte di i_{in} scorrerà così in T5 facendo alzare la tensione al Gate di T6. Questo provoca un aumento della corrente in T6 che proviene da $R_4||C$ ed R5. Nell'ipotesi di G_{loop} elevato, il circuito tende a richiamare da $R_4||C$ tutta la corrente disponibile, che è proprio pari a i_{in}. In T5 continuerà a scorrerne solo quella frazione piccolissima ε necessaria a sostenere il meccanismo, e quindi il Source di T5 a regime si sposterà in tensione di pochissimo. Ne consegue che v_u sarà immediatamente calcolabile come la tensione ai capi di $R_4||C$ e cioè pari a :

$$v_u(s) = i_{in}(s)\frac{R_4}{1 + sR_4C}$$

Tale funzione di trasferimento ideale è rappresentata nei seguenti diagrammi di Bode:

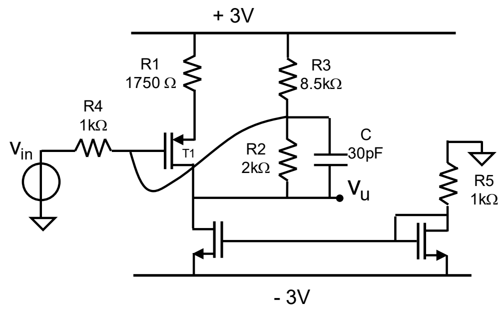




E10.25 *Si consideri il seguente amplificatore avente tutti i MOSFET con $|V_T|=0.6V$, $|k|=800\mu A/V^2$ e $V_a=\infty$*

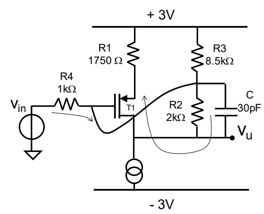
a) Calcolare la tensione dell'uscita in assenza di segnale.

b) Calcolare il guadagno ideale v_u/v_{in} del circuito e rappresentarlo graficamente in un diagramma di Bode.



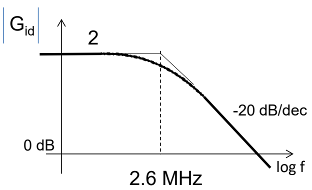
a) Lo specchio porta circa 1.15mA, il transistore di ingresso circa 800µA e quindi $V_u \cong 0V$. Tutti i transistori sono ben polarizzati. g_m=1.6mA/V.

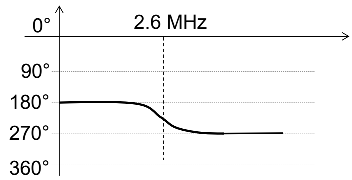
b) A fronte di un segnale v_{in} positivo, il circuito reagisce richiamando corrente da $R_2||C$ e mantenendo la tensione del gate di T1 sostanzialmente ferma. Il guadagno ideale è quindi pari a :



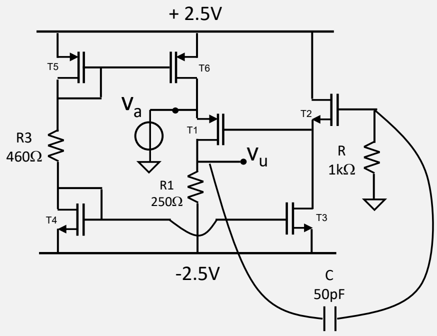
$$G_{id}=\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)}=-\frac{R_2}{R_4}\frac{1}{1+sR_2C}$$

ed i corrispondenti diagrammi di Bode risultano pertanto i seguenti :





E10.26 *Considerare il circuito seguente, i cui MOSFETs abbiano $|V_T|=0.35V$, $|k|=5mA/V^2$ e curve caratteristiche ideali ($V_a=\infty$)*



a) Calcolare la corrente nel ramo di riferimento dello specchio e la tensione di uscita Vu del circuito in assenza di segnale all'ingresso.
b) Calcolare il guadagno ideale del circuito, $G_{id}(s)=v_u(s)/v_a(s)$ e disegnarne i diagrammi di Bode.
c) Calcolare la densità spettrale di rumore in uscita al circuito dovuta al solo rumore di canale di T2 e disegnarne l'andamento con la frequenza in un diagramma di Bode.
d) Come sarebbe cambiato il guadagno ideale del circuito se ci fosse stata una capacità parassita C2=1pF verso massa esattamente in parallelo alla resistenza R? Disegnare i nuovi diagrammi di Bode. E come sarebbe cambiato se il valore di C2 fosse 1nF ?

a) Lo specchio porta 5mA, i MOSFETs hanno g_m=10mA/V ($1/g_m$=100Ω) e V_u=-1V.

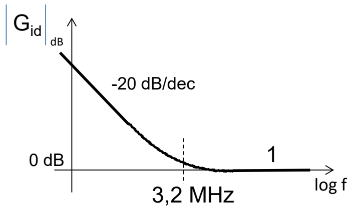
b) La retroazione, in effetti attiva solo su segnale, reagisce idealmente muovendo il Gate di T2 esattamente di Va per contrastare la variazione di v_{gs} di T1. Pertanto di sicuro viene attivata una corrente in R che definirà la tensione in uscita, V_{u1} , tramite la capacità :

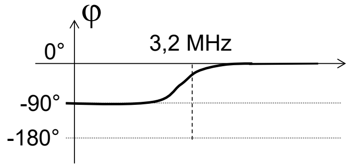
$$v_{u1} = \frac{v_a}{R}\left(R + \frac{1}{sC}\right)$$

Il guadagno ideale quindi avrà la seguente espressione

$$G_{id} = \frac{1 + sRC}{sRC}$$

visualizzabile nei seguenti diagrammi di Bode





c) Mettiamo in evidenza il rumore di canale di T2 disegnando un generatore di corrente di rumore tra S e D. Il rumore, che per il verso scelto deve fare diminuire la corrente in T2, inizialmente ottiene il risultato alzando il Source di T2 (il suo Gate ancora è fermo). Questo attiva T1 la cui corrente scorre in R ed abbassa il Gate di T2. Attraverso T2 rigiungiamo al Source di T2 per contrastarne l'iniziale innalzamento. La retroazione quindi ottiene lo stesso risultato di far passare la corrente di rumore in T2 ora tenendo il Source di T2 fisso ed abbassando il suo Gate, proprio della quantità

$$\mathrm{v_{gT2}} = \mathrm{i_n} \cdot \frac{1}{\mathrm{g_{m2}}}$$

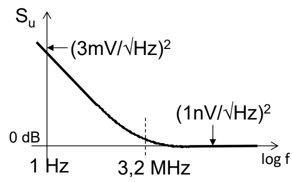
La tensione all'uscita conseguentemente si sposta di

$$v_u = \frac{\left(i_n \cdot \frac{1}{g_{m2}}\right)}{R}\left(R + \frac{1}{sC}\right)$$

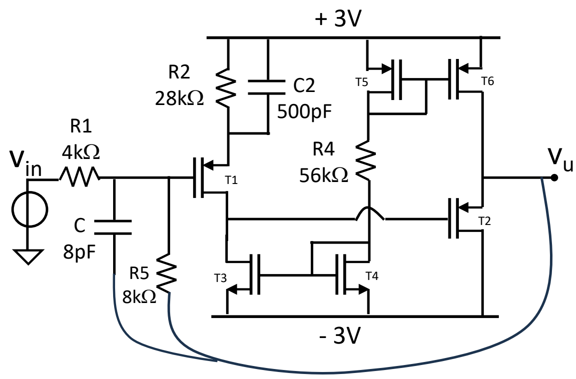
Fornendo una densità spettrale di rumore pari a

$$\mathrm{S_u} = \frac{4\mathrm{kT}}{1/\mathrm{g_{m2}}}\frac{2}{3}\left(\frac{1}{\mathrm{g_{m2}}}\right)^2 \frac{(1 + \mathrm{sCR})^2}{(\mathrm{sCR})^2}$$

il cui grafico è riprodotto accanto.



E10.27 *Il seguente amplificatore usa transistori MOSFET aventi V_T=0.6V, k=½μC_{ox}W/L=50μA/V^2 e V_A=∞.*



a) Calcolare il valore della tensione Vu in assenza di segnale.
b) Calcolare l'espressione del guadagno ideale del circuito G(s)=v_u(s)/v_{in}(s), disegnandone i diagrammi di Bode quotati.
c) Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita a bassa frequenza dovuta al rumore di canale del transistore d'ingresso T1.
d) Calcolare la dinamica di ingresso del circuito (Vin positivi e negativi) sia nel caso di segnali a bassa frequenza che ad alta frequenza.

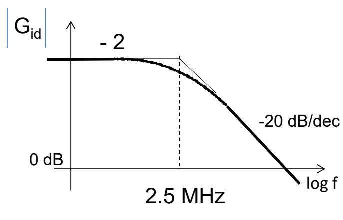
a) Negli specchi T3-T4 e T5-T6 scorrono 50μA. $V_G|_{T1}$=0V. Poiché il nodo di Drain di T3 non è vincolato in tensione, l'uscita non potrà che porsi a Vu=0V in modo che T2 porti anch'esso 50μA e nulla scorra in R5 e R1.

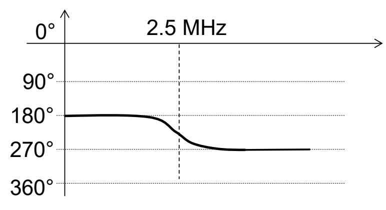
b) La retroazione tende a tenere il Gate di T1 fisso in tensione. Notate che il circuito di andata presenta un guadagno infinito perché T3 presenta un carico infinito alla corrente di T1. Il circuito quindi avrà un G_{loop}=∞ e sarà effettivamente ideale a tutte le frequenze. Quindi :

$$\frac{v_{in}}{R1} \cdot R5 \left\| \frac{1}{sC} \right. = v_u$$

Da cui si ottiene :

$$G(s) = -\frac{R5}{R1} \cdot \frac{1}{1 + sCR5}$$



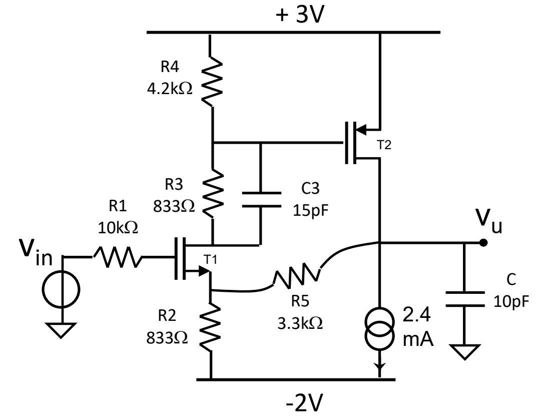


c) $S(0) = \left(31\frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$

d) Poichè il circuito reagisce in maniera ideale ad ogni segnale applicato all'ingresso, esso mantiene sempre la tensione di Gate di T1 fissa a 0V.
Dinamica per ingresso positivo, v_{in}^+ :
A <u>*bassa frequenza*</u>, l'uscita tenderà a spostarsi verso il basso. Considerando T2 come un follower, anche il suo Gate si sposterà in giù. Devo quindi stare attento a T3 affinchè non vada in ohmico. Il Drain di T3 da -1.6V in polarizzazione può arrivare a -2V su segnale (ricordarsi che il Gate di T3 è a -1.4V). Pertanto, essendo il guadagno del circuito G(0)=-2, si ottiene $v_{in}^+(0)$=200mV.
Ad <u>*alta frequenza*</u>, l'uscita non si sposta perché G(∞)=0. La corrente generata dal segnale v_{in} su R1 verrà tutta assorbita da T2, cambiando poco la sua v_{sg}. Pertanto possiamo concludere che il limite sia ora dato dal valore che praticamente posso applicare a v_{in}, tipicamente non superiore all'alimentazione : $v_{in}^+(\infty)$=+3V.

Dinamica per ingresso negativo, v_{in}^- :
A <u>*bassa frequenza*</u>, l'uscita tenderà a spostarsi verso l'alto. Devo quindi stare attento a T6 affinchè non vada in ohmico (ΔVu = 2V) ed al gate di T2 che si alza e non porti in ohmico T1(ΔVu = 2.2V). Ma bisogna anche fare attenzione che la corrente generata in R1 non debba essere >50µA oltre cui T2 si spegne. Quest'ultimo è il vincolo che interviene prima, ottenendo $v_{in}^-(0)$=-200mV.
Identico discorso vale ad <u>*alta frequenza*</u>, per cui anche $v_{in}^-(\infty)$=-200mV.
Concludiamo dicendo che una sinusoide all'ingresso di ±200mV andrebbe ancora bene sia a bassa che ad alta frequenza.

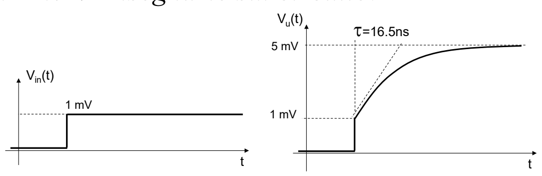
E10.28 *Considerare il circuito seguente, in cui l'informazione dell'uscita è riportata al nodo di ingresso tramite la resistenza R5 a formare un circuito retroazionato. Esso fa uso di transistori MOSFET aventi V_T=0.5V, $k=\frac{1}{2}\mu_p C_{ox} W/L$=600$\mu$A/$V^2$ and $V_A=\infty$.*



e) Calcolare la polarizzazione del circuito

f) Calcolare il guadagno di tensione tra ingresso ed uscita nell'ipotesi di retroazione ideale e disegnarne l'andamento in frequenza.

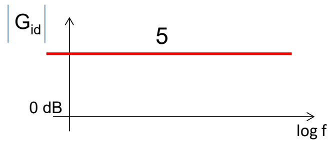
g) Quali modifiche apportereste al circuito affinchè il suo guadagno ideale dia una risposta come nella figura accanto ad un gradino all'ingresso di 1mV ? Disegnarle sul circuito.



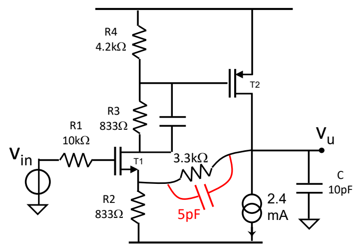
d) Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita a bassa frequenza S(0), dovuta separatamente al rumore di canale del transistore T1 e del transistore T2.

a) Essendo il circuito retroazionato, anche le correnti e le tensioni vengono riaggiornate dall'anello e quindi non è immediato calcolarle. E' pratico procedere iterativamente partendo da una ipotesi di primo tentativo da aggiornarsi ad ogni giro. Facciamo l'ipotesi che nel ramo di retroazione, cioè nella resistenza R5, non scorra corrente : si trova I=600μA in T1, una tensione V_{G2}=0.5V al Gate di T2 che fa portare a quel transistore 2.4mA. Essa è proprio la corrente assorbita dal generatore di corrente e quindi è confermata l'ipotesi che in R5 non scorra sostanziale corrente. Mi fermo quindi qui avendo raggiunto l'equilibrio. La tensione Vu sarà pertanto uguale a quella del Source di T1, cioè Vu=-1.5V ($1/g_{m1}$=833Ω, $1/g_{m2}$=417Ω)

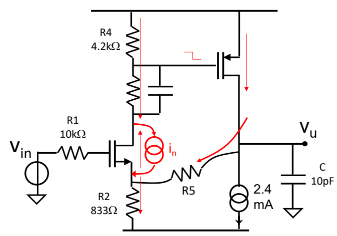
b) La retroazione agisce annullando il comando del transistore, per cui il Source si muove come il Gate, ed in T1 scorre una frazione infinitesima di corrente di segnale. $G_{id}(0)=5$. Notate che il guadagno ideale non comprende nella sua espressione la capacità C. Pertanto l'andamento in frequenza e' piatto a tutte le frequenze fino all'infinito :



Può stupire che la tensione di uscita si possa muovere in tensione senza limitazioni in banda, dato che sappiamo che bisogna sempre mettere della carica nel condensatore per fargli cambiare la tensione tra le armature. Nel caso particolare di circuito ideale, come in questo caso, la carica necessaria viene fornita, senza limitazioni di quantità né di velocità, dal transistore T2 che idealmente si attiva senza limitazioni avendo il circuito $G_{loop}=\infty$. Nel prossimo capitolo vedremo che questo circuito avrebbe una impedenza di uscita idealmente pari a zero, tale quindi da giustificare un polo con la capacità C a frequenze infinitamente alte.



c) Per avere la risposta nel tempo richiesta deve succedere che R5 "non sia presente" sul gradino ma che poi riappaia a tempi lunghi. Questo comportamento lo si ottiene semplicemente mettendo in parallelo a R5 una capacità. Il suo valore dipende dall'evoluzione temporale richiesta, in questo caso ottenendo C=5pF.



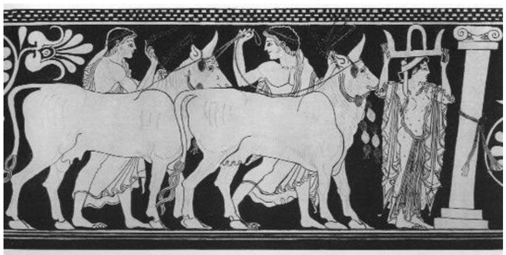
d) **Rumore di T1:** si mette in evidenza il generatore di corrente di rumore in parallelo a T1. Attenzione alla partizione tra T1 e R2. Scorrendo lungo l'anello si vede che la retroazione produce una corrente da destra verso sinistra in R5. Essa va ad aumentare la frazione in T1, che però al massimo potrà essere data da i_n. Nell'ipotesi ideale ciò succederà e quindi concludo dicendo che la retroazione farà circolare tutta la corrente di rumore in T1. Essendo il verso della variazione verso l'alto a diminuire la totale corrente circolante in T1, questo determina necessariamente una diminuzione del comando v_{gs} del transistore, che si manifesta come uno spostamento verso l'alto del potenziale del Source, pari a $v_s=i_n \cdot 1/g_m$. Come nel guadagno ideale tra ingresso ed uscita, questo attiva una corrente in R2 che non potrà che provenire che da R5, fissando il valore dell'uscita. La densità spettrale di potenza di rumore sarà quindi :

$$S(0) = \frac{2}{3}\frac{4kT}{1/g_{m1}}\left(\frac{1}{g_{m1}}\cdot\frac{R2+R5}{R2}\right)^2 = 220\cdot 10^{-18}\frac{V^2}{Hz} = \left(14.8\frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$

Rumore di T2: la corrente di rumore inizialmente scorrerà tutta in R5 e proseguirà lungo l'anello. In T2 si presenterà alzando il potenziale del suo Gate e quindi attivando una corrente in T2 verso l'alto, non presente all'inizio. Nell'ipotesi di retroazione ideale, tale corrente e' potenzialmente elevata ma il massimo che può raggiungere è proprio i_n, richiamandola tutta dentro il transistore. Non essendoci ora più corrente in R5, non ci sarà alcuno spostamento in tensione di Vu. La densità di rumore in uscita sarà quindi zero.

Concludendo questo decimo capitolo hai concluso la tua decima fatica. Sentiti sempre come Ercole.

Come decima fatica, a Ercole fu chiesto di portare a Micene le mandrie di buoi e giovenche rosse che Gerione custodiva nell'isola di Erizia, oltre lo stretto che dal Mediterraneo dava accesso al misterioso Oceano. Gerione, discendente di Oceano, era una creatura con due gambe e tre busti di uomo, tre teste e sei braccia.
Ercole si diresse verso l'Oceano, attraversò lo stretto (come segno del suo passaggio eresse due colonne, una di fronte all'altra, a confine tra l'Europa e l'Oceano) e raggiunse l'isola. Lì fu assalito dal cane a due teste Orto, figlio di Tifone, che custodiva le mandrie ma riuscì a sconfiggerlo con la sua clava. Arrivato Gerione, che impugnava armi con tutte le sue braccia, dopo un lungo duello Ercole lo abbatté con una freccia, caricò gli animali sulla sua nave e salpò per tornare a casa.
La via del ritorno, però, non fu facile. Dapprima, un bue imbizzarrito si gettò in mare dalla nave e nuotò fino a riva dove fu raccolto dal figlio di Poseidone, che lo unì alle sue mandrie. Ercole fu così costretto a sconfiggerlo in battaglia per tre volte di fila prima di riavere il suo bue. Poi, dopo aver attraversato il mar Ionio, mentre approdava in terra ellenica, Era fece impazzire le mandrie, che scapparono sulle montagne. Ercole dovette inseguirle e riportarle sulla nave. Raggiunta finalmente Micene, consegnò gli animali a Euristeo, che li offrì in sacrificio a Era.



Questa doveva essere la sua ultima fatica ma, poiché la seconda e la quinta non furono ritenute valide da Euristeo, l'eroe dovette affrontare altre due imprese.