

6

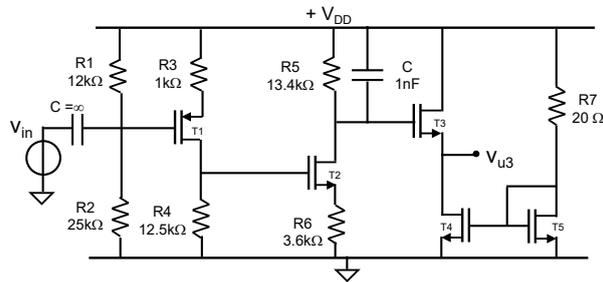
ANALISI IN FREQUENZA DI UN CIRCUITO ELETTRONICO

- 6.1 *Capacità in un circuito elettronico*
 - 6.1.1 *Relazione carica-tensione*
 - 6.1.2 *Tempo caratteristico di carica/scarica di un condensatore*
 - 6.1.3 *Risposta di un circuito ad un segnale sinusoidale*
 - 6.1.4 *Elementi di una funzione di trasferimento : poli e zeri*
- 6.2 *Capacità parassite dei transistori*
 - 6.2.1 *Transistori MOSFET*
 - 6.2.2 *Transistori bipolari*
 - 6.2.3 *La frequenza di transizione, f_T (anche detta frequenza di taglio del transistor)*
- 6.3 *Amplificatori con singola capacità verso massa*
 - 6.3.1 *Source (Emettitore) comune pilotato da un generatore di tensione ideale : solo capacità C_{gs} (C_π)*
 - 6.3.2 *Source (Emettitore) comune pilotato da un generatore reale : solo capacità C_{gs} (C_π)*
 - 6.3.3 *Effetto della resistenza di Early*
 - 6.3.4 *Amplificatore pilotato da un generatore di CORRENTE*
- 6.4 *Amplificatori con singola capacità tra due nodi che si spostano in tensione*
 - 6.4.1 *Source (Emettitore) comune pilotato da un generatore di tensione ideale : solo capacità C_{gd} (C_μ)*
 - 6.4.2 *Source (Emettitore) comune pilotato da un generatore di tensione reale : sola capacità C_{gd} (C_μ)*
 - 6.4.3 *Effetto della resistenza di Early*
 - 6.4.4 *Amplificatore con resistenza di Source (Emettitore) : sola capacità C_{gs} (C_π)*
 - 6.4.5 *Amplificatore con resistenza di Source (Emettitore) : sola capacità C_{gd} (C_μ)*

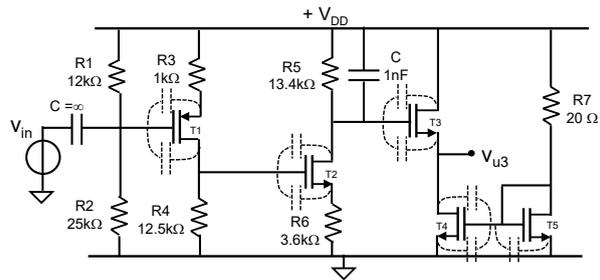
6.1 CAPACITÀ IN UN CIRCUITO ELETTRONICO

In un circuito elettronico, oltre ai transistori ed ai resistori, sono presenti anche altri componenti elettronici importanti come condensatori ed induttori. Essi sono presenti sia perché introdotti volontariamente dal progettista per svolgere volute funzioni (pensiamo alla capacità di bypass per disaccoppiare la polarizzazione di due parti di circuito) sia perché involontariamente formati come componenti "parassiti" di altri dispositivi (pensiamo ad una semplice pista di rame di collegamento che forma con un'altra pista contigua un non voluto condensatore o essa stessa un non voluto induttore o al Gate di un MOSFET che è di fatto un condensatore).

Limitandoci alla presenza dei soli condensatori, un circuito elettronico potrà mostrarsi quindi semplicemente come una rete con pochissimi condensatori :



oppure come un complesso reticolo di condensatori interagenti :



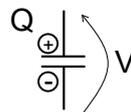
a seconda del livello di approfondimento che vogliamo raggiungere, a seconda delle condizioni di funzionamento in cui vogliamo/dobbiamo analizzarlo (la frequenza operativa) ed a seconda della tecnologia impiegata per la sua realizzazione (montaggio a componenti discreti su una scheda oppure circuito integrato su singolo chip di silicio).

Vediamo nel seguito di ripassare gli strumenti conoscitivi che permettono di capire in profondità il comportamento anche di circuiti molto complessi e di affrontare con sicurezza tutte queste situazioni che necessariamente si presentano nell'analisi e nella progettazione di un circuito elettronico.

6.1.1 Relazione carica-tensione

Sappiamo dall' Elettrostatica che, dato un condensatore di capacità C [F], la tensione ai suoi capi dipende in maniera proporzionale dalla carica Q [C] deposta sui suoi piatti :

$$V = \frac{Q}{C}$$



Operativamente questa relazione ci dice che :

- Per cambiare la tensione ai capi di un condensatore devo depositare carica sui suoi piatti;
- Più carica metto, più tensione si sviluppa ai capi (linearmente);
- Se non aggiungo/tolgo carica in un condensatore la sua tensione non cambierà;
- L'evoluzione temporale della carica/scarica di un condensatore si riflette in una proporzionale evoluzione temporale della tensione ai suoi capi;
- Se cercassi di forzare una variazione di tensione ai capi di un condensatore, devo assicurarmi che contemporaneamente il circuito riesca a portare sul condensatore la necessaria carica. In caso contrario, la variazione non si attua;
- Per variare istantaneamente la tensione ai capi di un condensatore, dovrei mettervi istantaneamente della carica. Questo vorrebbe dire avere una corrente (carica nell'unità di tempo) infinita, impossibile nella pratica. **Pertanto MAI si riuscirà a variare istantaneamente la tensione ai capi di un condensatore !**
- La tensione ai capi di un condensatore varia solo alla stessa velocità con cui riesco a fornirgli carica;
- Una capacità piccola ha bisogno di poca carica per produrre una determinata variazione di tensione; capacità grandi hanno bisogno di tanta carica per produrre la stessa variazione di tensione.
- Nella pratica, una capacità grande tende a variare poco la tensione ai suoi capi.

In generale un **condensatore** i) *toglie risorse al circuito* perché parcheggia carica sui suoi piatti invece che farla scorrere come corrente verso l'uscita (Guadagno che diminuisce) e ii) *ne rallenta il funzionamento* perché, con una disponibilità di carica finita, le tensioni nel circuito non riescono a variare con la stessa velocità con cui ho sollecitato il circuito all'ingresso (la banda del circuito è limitata);

Per *realizzare circuiti veloci* si cercherà di avere le capacità più piccole possibili per richiedere la minor carica possibile e cambiare velocemente le tensioni. E' anche per questo che l'elettronica è evoluta costantemente verso circuiti integrati sempre più nanometrici.

REALIZZAZIONE DI UN CONDENSATORE

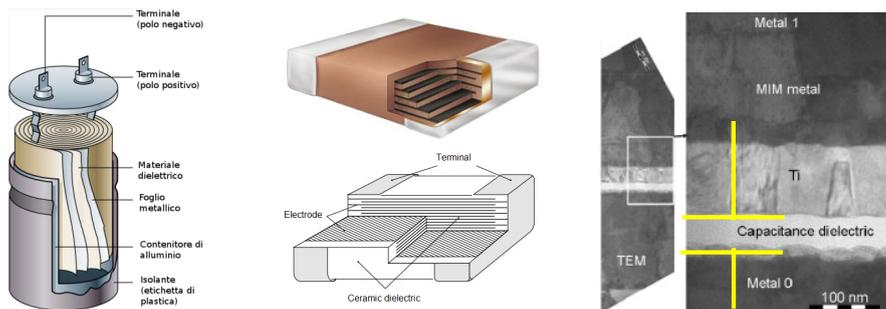
Il valore della capacità, C , di un condensatore dipende dalla modalità costruttiva ed è ottenibile dalla seguente relazione:

$$C = \frac{\epsilon_r \cdot \epsilon_0}{d} \cdot \text{Area [F]}$$

dove " ϵ_0 " è la permittività del vuoto (una costante fisica pari a 8.8×10^{-14} [F/cm]), " ϵ_r " è la permittività (costante dielettrica) relativa al vuoto dell'isolante interposto tra i due piatti conduttori aventi una determinata "Area" e posti a distanza " d " uno dall'altro.

L'unità di misura della capacità è il Farad, F, ed i suoi sottomultipli.

Un condensatore di grande capacità è quindi realizzato con i piatti metallici molto vicini (d piccolo) ma soprattutto di grande area, spesso arrotolati tra loro in modo da occupare al meglio lo spazio. Guardate all'interno di un impianto di amplificazione del suono i grossi cilindri usati come filtro delle alimentazioni, spesso grandi come una mano : quelli sono dei condensatori del valore di parecchi migliaia di μF . Alcuni sono chiamati condensatori elettrolitici per la loro particolare tecnologia costruttiva che permette loro anche di avere uno spessore efficace tra le facce metalliche molto piccolo dettato da principi elettrochimici, alla base anche dei supercapacitori usati nei veicoli elettrici.



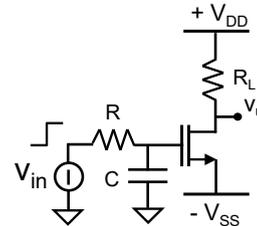
Un condensatore di piccola capacità lo si ottiene facendolo di piccola area (pochi micron²). Usando un fine dischetto di ceramica come isolante, si riescono a fare condensatori piccoli fino al 1pF di capacità.

Nella tecnologia integrata al Silicio il materiale isolante del dielettrico è l'ossido di silicio (SiO_2 , $\epsilon_r=3.9$) ed i condensatori vengono realizzati utilizzando strati conduttori separati da SiO_2 . Due strati metallici distanti 10nm che si affacciano per $1\mu\text{m}^2$ manifestano una capacità di circa 1fF.

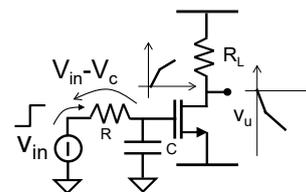
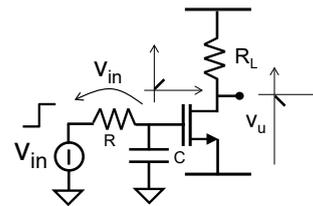
6.1.2 Tempo caratteristico di carica/scarica di un condensatore

La carica viene veicolata su di un condensatore dalla corrente che si riesce a mettere in moto attorno ad essa. Quando le correnti sono elevate, la carica nell'unità di tempo è elevata e quindi sarà veloce a caricare/scaricare il condensatore e pertanto a variarne la tensione ai suoi capi. Viceversa quando le correnti sono basse sarà lento.

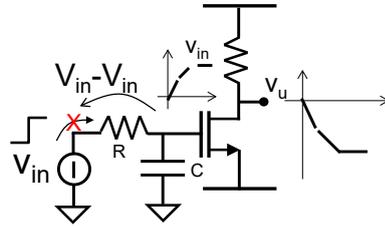
Con riferimento ad un amplificatore Source a massa con una capacità C tra Gate e massa a cui venisse applicato un gradino di tensione all'ingresso (cioè una variazione istantanea della tensione V_{in}), possiamo riflettere che :



- Se non ci fosse la capacità C , il gradino si trasmetterebbe istantaneamente al Gate del MOSFET, comandandolo. Immaginando il MOSFET infinitamente veloce nel reagire, anche la corrente di Drain varierebbe istantaneamente e così la tensione di uscita dell'amplificatore;
- In presenza della capacità C , la tensione al Gate può variare solo se porto carica sui piatti del condensatore. La carica potrà arrivare solo dal percorso (maglia) costituito dal generatore di tensione e dalla resistenza R ;
- All'istante del gradino ampio V_{in} , avremo il capo a sinistra della resistenza R forzato istantaneamente a V_{in} . Il capo a destra (il Gate del MOSFET) sarà all'inizio a $0V$ perché ancora non sarà arrivata carica significativa su C ;
- Pertanto ai capi di R ci sarà proprio la tensione V_{in} e quindi inevitabilmente inizierà a scorrervi la corrente $I=V_{in}/R$, iniziando a portare carica sul piatto del condensatore che lì si accumulerà;
- Se la corrente rimanesse costante, la carica accumulata sul condensatore crescerebbe linearmente nel tempo e così farebbe anche la tensione V_C ai capi di C (tensione di comando del MOSFET);
- Ma l'aumento della tensione ai capi del condensatore inevitabilmente comporta una diminuzione della tensione ai capi della resistenza R : il capo a sinistra è sempre a V_{in} ma ora il capo a destra è ad una tensione positiva maggiore di $0V$. Pertanto la corrente ora circolante è minore di quella iniziale e vale $I=(V_{in}-V_C)/R$.
- Arrivando ora sulla capacità una quantità inferiore di carica nell'unità di tempo rispetto a quella iniziale, la capacità si caricherà meno velocemente e corrispondentemente aumenterà meno velocemente la tensione ai suoi capi;



- Successivamente continuerà a diminuire la tensione ai capi della resistenza R e la corrente che alimenta la capacità continuerà anch'essa a diminuire.
- Quando V_C sarà salito fino al valore pari a V_{in} , tutto si fermerà.



Concludiamo convincendoci che a causa della presenza della capacità C, il gradino v_{in} applicato all'ingresso NON si trasmette istantaneamente al Gate del MOSFET ma più lentamente, comandando il transistor più lentamente. Corrispondentemente anche la tensione di uscita dell'amplificatore varierà con la stessa lentezza del comando al Gate.

L'analisi nel continuo temporale del fenomeno appena descritto porta al noto andamento esponenziale nel tempo delle variazioni delle grandezze elettriche nel circuito, visualizzate nella Fig.6.1:

- la tensione ai capi della resistenza R diminuisce esponenzialmente nel tempo;
- la corrente con cui si alimenta la capacità diminuisce esponenzialmente nel tempo;
- la tensione ai capi del condensatore aumenta come (1-esponenziale);

Tutti gli esponenziali hanno lo stesso tempo caratteristico di evoluzione, chiamato *costante di tempo del circuito*, pari a $\tau=RC$. Essa dipende quindi direttamente da:

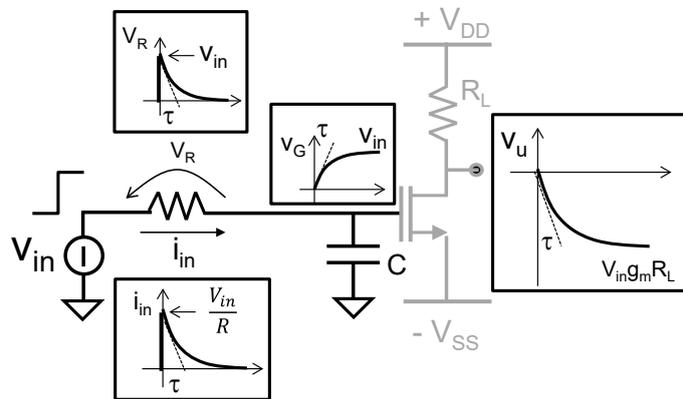


Fig. 6.1 Risposta di un circuito con una capacità ad un segnale di tensione a gradino applicato all'ingresso.

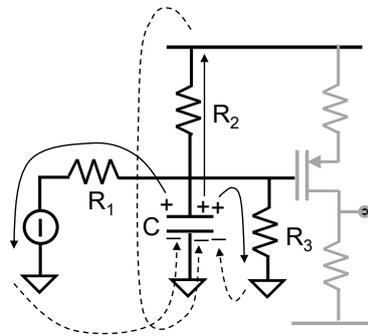
- valore della capacità C che va caricata.
- valore della resistenza R che determina l'entità della corrente che carica/scarica la capacità.

E' ovvio trarre le seguenti conclusioni operative sul circuito della Fig.6.1:

- per essere veloci nel trasferire il segnale dal generatore V_{in} al Gate del MOSFET, devo avere una R la più piccola possibile (così da produrre grandi correnti) ed una capacità la più piccola possibile (così da esigere la minore quantità di carica possibile per cambiarne la tensione e raggiungerne il valore finale). Ciò si traduce nel dire che la costante di tempo τ di carica/scarica del condensatore sia piccola;
- se in un circuito ho una capacità grande e resistenze attorno ad essa grandi, ci metterò tantissimo tempo a variare la tensione ai capi del condensatore.

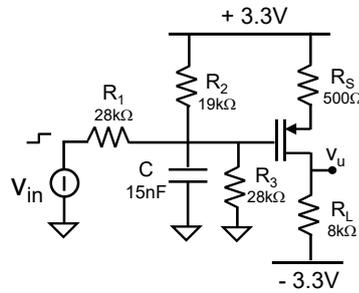
Se il circuito fosse stato più articolato, il valore di resistenza da impiegarsi nella costante di tempo sarebbe l'**effettiva resistenza vista in parallelo alla capacità**.

Per visualizzare questo aspetto pensiamo ad esempio al processo di scarica della capacità (anch'esso segue la stessa dinamica di evoluzione temporale della carica della capacità vista prima) : la carica positiva che è accumulata su un piatto del condensatore deve raggiungere l'altro piatto in modo da ricombinarsi con le cariche di segno opposto lì presenti in ugual numero e sparire. Per fare questo ogni percorso che connette un piatto all'altro è utile (ricordarsi che tutti i generatori



di tensione, come le alimentazioni o le masse, sono tutti connessi tra loro e sono dei percorsi a zero resistenza per le cariche e quindi sono "uno stesso punto"). Pertanto si va a calcolare proprio la **resistenza R risultante di tutti i cammini possibili in parallelo alla capacità**. Nell'esempio della figura $\tau=C \cdot R_1 || R_2 || R_3$.

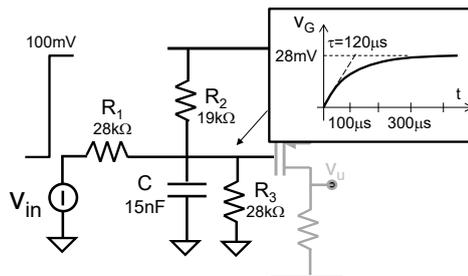
E 6.1 Calcolare e disegnare in un grafico quotato l'andamento nel tempo della tensione in uscita in risposta ad un gradino di tensione positivo di ampiezza 100mV applicato all'ingresso del seguente circuito che impiega un MOSFET con $V_T=0.6V$ e $k=600\mu A/V^2$.



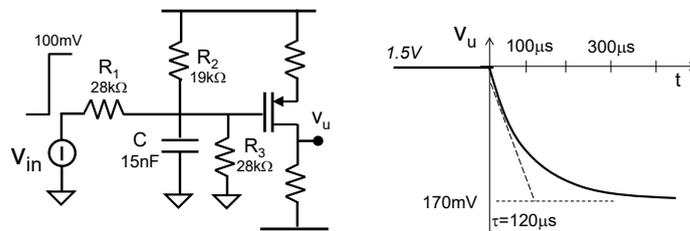
La polarizzazione del circuito definisce $V_G=1.4V$, $I_D=600\mu A$, $V_u=1.5V$ e $1/g_m=833\Omega$.

La costante di tempo del circuito è $\tau=(R_1||R_2||R_3)C=120\mu s$.

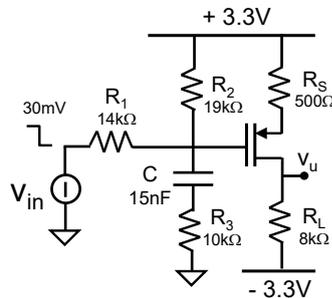
A fronte del gradino all'ingresso, la tensione del Gate evolve con τ raggiungendo il valore massimo di 28mV:



Questo segnale viene amplificato dal MOSFET e determina un andamento della tensione d'uscita come il seguente:



E 6.2 Calcolare e disegnare in un grafico quotato l'andamento nel tempo della tensione in uscita in risposta ad un gradino di tensione negativo di ampiezza 30mV applicato all'ingresso del seguente circuito:

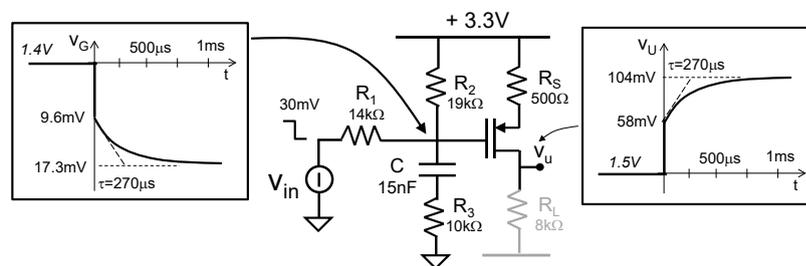


La polarizzazione fornisce gli stessi valori dell'esercizio precedente. Ai capi di C ci sono 1.4V. La costante di tempo del circuito è ora $\tau=(R1||R2+R3)C=270\mu s$.

L'evoluzione temporale del Gate risente del fatto che in serie alla capacità c'è la resistenza R3. Riflettendo sul fatto che la tensione ai capi di una capacità non può mai cambiare istantaneamente, nel momento in cui viene applicato il gradino all'ingresso i suoi due capi si muoveranno insieme. Questo comporta che la tensione del Gate si sposterà immediatamente in giù secondo la partizione che viene vista in quel momento dal generatore di segnale e cioè

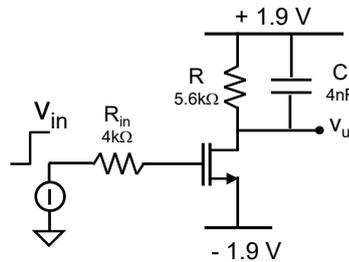
$$V_G = V_{in} \frac{R2||R3}{R1 + R2||R3} = -9.6mV$$

Negli istanti successivi la carica positiva assorbita dal generatore di segnale toglie ulteriore carica dal piatto di Gate abbassandone ulteriormente la tensione. Il fenomeno si fermerà quando la corrente assorbita dal generatore di segnale sarà esattamente quella proveniente da R2 : in questa situazione non verrà più scambiata carica con il condensatore ed il sistema quindi non modificherà più le tensioni ai suoi nodi. Questo si verificherà quando $V_G=-17.3mV$, dato dalla partizione di solo R1 ed R2.

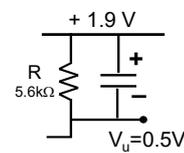


L'uscita sarà invertita e moltiplicata per il guadagno dello stadio a MOSFET, pari a -6.

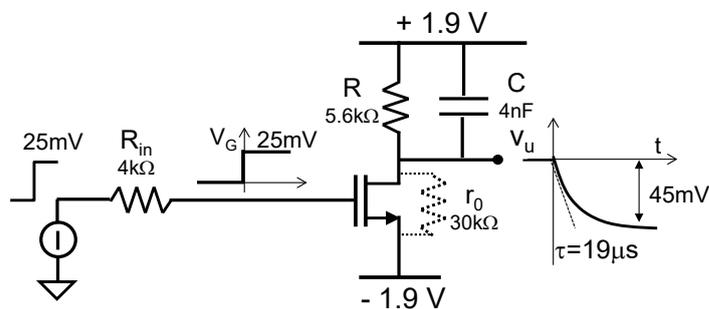
E 6.3 Considerare il seguente amplificatore che utilizza un MOSFET con $V_T=0.6V$, $k=100\mu A/V^2$, $V_A=5V$. Calcolare e disegnare in un grafico quotato l'andamento nel tempo della tensione in uscita in risposta ad un gradino di tensione positivo di ampiezza $25mV$ applicato all'ingresso.



La polarizzazione del circuito fornisce $I_D=250\mu A$, $r_0\approx 30k\Omega$, $V_u=0.5V$, $g_m=385\mu A/V$. La corrente di polarizzazione ha anche rifornito di carica C in modo da arrivare a $1.4V$ ai suoi capi.

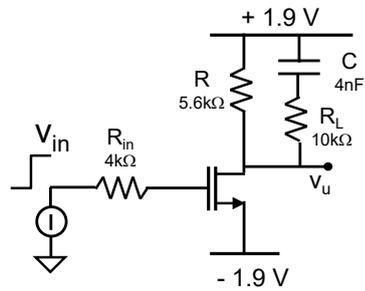


La corrente prodotta dal MOSFET sul fronte del segnale inizia a togliere carica positiva al piatto sotto del condensatore permettendo alla tensione V_u di iniziare a scendere. Via via che ciò succede una parte sempre maggiore della corrente di Drain viene prelevata da R (che ha sempre maggiore tensione ai suoi capi) e da r_0 (che ha sempre meno tensione ai suoi capi). L'evoluzione si arresta quando la corrente richiamata dal MOSFET per effetto del gradino in ingresso esattamente eguaglia quella proveniente da R e da r_0 , in modo da non poter più modificare la carica sul condensatore. L'evoluzione temporale nel continuo è esponenziale decrescente con costante di tempo $\tau=(R||r_0)C\approx 19\mu s$. Poiché il guadagno in assenza del condensatore sarebbe $G\approx -1.8$, il segnale in uscita varia asintoticamente di $45mV$.



E 6.4

Disegnare l'andamento nel tempo dell'evoluzione della tensione all'uscita V_u del circuito seguente, in tutto simile al precedente in cui cambia solo il carico complessivo collegato al nodo di uscita.

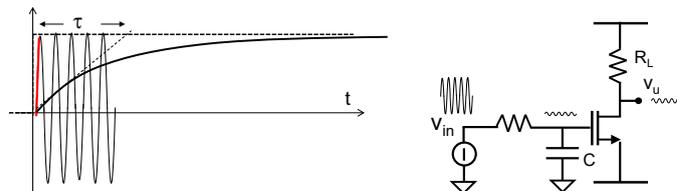


6.1.3 Risposta di un circuito ad un segnale sinusoidale

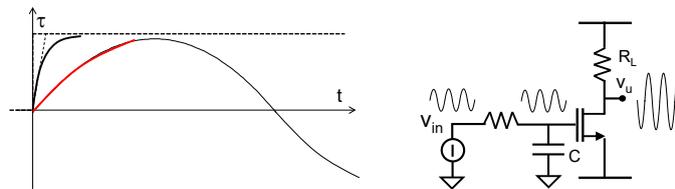
Il fatto che la presenza di un condensatore lungo il percorso del segnale rallenti le variazioni di tensione ai suoi capi ha delle implicazioni pratiche sulla possibilità di trasferire un segnale sinusoidale attraverso di esso.

Ci aspettiamo infatti che :

- se la frequenza del segnale fosse elevata, tale cioè che il suo quarto di periodo fosse molto più breve della τ del circuito, la tensione ai capi del condensatore non avrebbe tempo di raggiungere il valore asintotico e quindi il segnale verrebbe fortemente attenuato nel suo trasferimento tra ingresso ed uscita;



- se viceversa la frequenza del segnale fosse bassa, tale cioè che il suo quarto di periodo fosse molto più lungo della risposta naturale τ della rete RC, il condensatore riuscirebbe in ogni istante a caricarsi/scaricarsi, riproponendo quindi il segnale applicato all'ingresso del circuito anche nel punto dove è presente il condensatore. Pertanto il segnale può raggiungere l'uscita del circuito senza apparirci attenuato ed anzi beneficiando del totale guadagno del circuito.

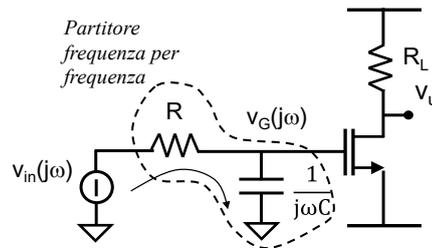


Capiamo quindi che il trasferimento di un segnale dall'ingresso all'uscita di un circuito elettronico varierà in ampiezza (e fase) a seconda della frequenza del segnale rispetto alla $\tau=RC$ del circuito.

Per quantificare questi aspetti ci viene incontro la **Legge di Ohm generalizzata**, in cui ogni componente elettronico viene sintetizzato con la sua impedenza variabile in frequenza (per la resistenza $Z=R$, per la capacità $Z=1/j\omega C$, per l'induttore $Z=j\omega L$) ed i segnali nei vari punti del circuito vengono rappresentati dal loro spettro in frequenza. Questo mondo dei segnali variabili nel tempo distillati frequenza per frequenza nelle singole componenti spettrali ha trovato fin dal

settecento una formalizzazione efficacissima nella **Trasformata di Fourier** e nella **Trasformata di Laplace**, dal nome degli scienziati francesi Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) e Pierre Simon Laplace (1749-1827) che si posero queste domande ed estesero al mondo ingegneristico la scoperta del matematico svizzero Leonardo Eulero (1707-1783) che ne aveva formulato i concetti teorici qualche decennio prima.

In base alla legge di Ohm generalizzata, il trasferimento di una qualsiasi componente spettrale, $v_{in}(j\omega)$, del segnale applicato all'ingresso nel tempo, $v_{in}(t)$, verso un altro punto del circuito, ad esempio al Gate del MOSFET, $v_G(j\omega)$, è un partitore tra le impedenze dei componenti che costituiscono quel circuito:



$$v_G(j\omega) = v_{in}(j\omega) \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad (6.1)$$

L'espressione sarà in generale complessa e permette di calcolare l'ampiezza al Gate della sinusoide di frequenza $f = \omega/2\pi$ (facendone il modulo) e la sua fase (facendone l'argomento) rispetto alla sinusoide V_{in} :

$$|v_G(j\omega)| = |v_{in}(j\omega)| \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$\arg(v_G(j\omega)) = \arg(v_{in}(j\omega)) + \arg(1) - \arg(1 + j\omega RC)$$

I DIAGRAMMI DI BODE

Poiché la partizione (6.1) cambia con la frequenza (perché l'impedenza del condensatore cambia con la frequenza), è comodo sintetizzare la risposta del circuito in un grafico che ne visualizzi il comportamento in un colpo d'occhio a tutte le frequenze. Uno dei più usati grafici per tale scopo è, anzi sono, i **Diagrammi di Bode** del modulo e della fase di una funzione di trasferimento (perché complessa), in onore di Hendrik Wade Bode (1905-1982), ingegnere americano che ne ha proposto l'uso in campo elettronico e ne ha evidenziato i vantaggi pratici che tutti conosciamo. Nella fig.6.2 sono mostrati i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento (6.1), intesa come rapporto $T(j\omega)=V_G(j\omega)/V_{in}(j\omega)$.

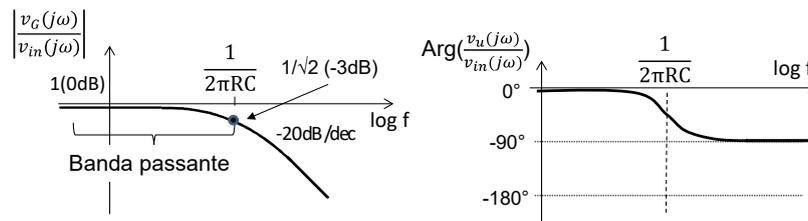
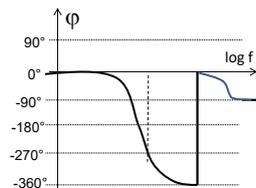


Fig. 6.2 Visualizzazione grafica del modulo e della fase del trasferimento $V_G(j\omega)/V_{in}(j\omega)$ del circuito della Fig.6.1. I grafici sono anche chiamati Diagrammi di Bode.

- L'asse delle ascisse può essere **in ω** o **in f** a seconda della comodità.
- L'asse delle ascisse viene disegnato come **asse logaritmico** per permettere di visualizzare un intervallo di frequenze di molte decadi dedicando ad ognuna di esse lo stesso spazio sul foglio;
- Nel Diagramma di Bode del modulo l'asse verticale viene disegnato logaritmico in modo da permettere di rappresentare in maniera leggibile anche grandi escursioni del valore del guadagno del circuito;
- Il Diagramma di Bode della fase mantiene l'asse logaritmico delle frequenze ma usa l'asse della fase lineare essendo questa sempre e comunque limitata a 360° o suoi multipli (uno ritardo di 450° è normalmente rappresentata così :

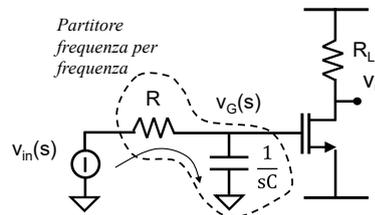


6.1.4 Elementi di una funzione di trasferimento : poli e zeri

La **funzione di trasferimento** di un circuito, spesso indicata con $T(s)$, formalizza nel dominio di Laplace il trasferimento di un segnale da un punto ad un altro del circuito. Con la Trasformata di Laplace si estende la variabile $j\omega$ alla variabile $s=\alpha+j\omega$ che copre tutto il piano complesso e permette di trattare non solo sinusoidi ad ampiezza costante ($e^{\pm j\omega}$ e $\alpha=0$, come appunto si fa con Fourier) ma anche sinusoidi che variano l'ampiezza in maniera esponenziale ($e^{\pm\alpha}e^{\pm j\omega}$) o semplici esponenziali ($e^{\pm\alpha}$ e $\omega=0$) e di tenere conto dello sfasamento reciproco tra le varie componenti armoniche dello spettro. Nell'Appendice A vengono richiamati brevemente alcuni aspetti base della Trasformata di Laplace che avete già visto in dettaglio nei corsi appositi.

L'importanza della funzione di trasferimento sta nel contenere in sè, in una forma sintetica, l'esatto comportamento del circuito a tutte le frequenze possibili di funzionamento.

In base alla legge di Ohm generalizzata in un circuito, i cui componenti ora avranno come impedenza $Z=R$ per una resistenza, $Z=1/sC$ per un condensatore o $Z=sL$ per un induttore, la relazione tra la trasformata di Laplace, $v_{in}(s)$, del segnale applicato all'ingresso nel tempo, $v_{in}(t)$, e la trasformata di Laplace della tensione ad esempio al Gate del MOSFET, $v_G(s)$, è di nuovo semplicemente come un partitore tra le impedenze dei due componenti ora espressa nel dominio di Laplace:



$$v_G(s) = v_{in}(s) \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}$$

La sua funzione di trasferimento tra ingresso ed uscita assume quindi la forma :

$$T(s) = \frac{V_u(s)}{V_{in}(s)} = -g_m R_L \frac{1}{1+sCR} \quad (6.2)$$

Di una funzione di trasferimento possiamo in modo sintetico dire che :

- è una **funzione complessa** nella variabile complessa $s=(\alpha, j\omega)$. L'analisi matematica la fa ricadere nella classe delle funzioni analitiche;
- proprio perché è complessa, possiamo scomporre $T(s)$ nella sua parte reale e nella parte immaginaria oppure nel suo modulo e nel suo argomento. Quest'ultima scomposizione è molto più utilizzata dell'altra come ben

sappiamo, perché ci dà direttamente il guadagno del circuito e lo sfasamento introdotto;

- La possiamo rappresentare graficamente come una superficie tridimensionale avente come dominio il piano $(\alpha, j\omega)$ detto piano complesso o **piano di Gauss**. La Fig.6.3 è una rappresentazione del modulo della (6.2);
- In corrispondenza del valore reale $s=-1/RC$, il denominatore della (6.2) si annulla e conseguentemente la funzione $T(s)$ va all'infinito, come rappresentato nella Fig.6.3. La (6.2) assume quindi la forma di un telone da circo. Proprio per questa analogia, il valore $s=-1/RC$ è particolarmente caratteristico di un circuito ed è chiamato **polo del circuito** per richiamare alla mente il "pole" ("palo" in inglese) che sorregge il telone da circo stesso, nel nostro caso tenendolo su fino all'infinito.
- Ogni quota del telone fornisce il guadagno del circuito quando sollecitato da un segnale alla frequenza complessa $s=(\alpha, j\omega)$ di quel punto;
- Se si sollecita il circuito con le sole sinusoidi pure a pulsazione ω e ad ampiezza costante ($\alpha=0$), si ottiene il guadagno del circuito ad un ingresso sinusoidale. Il profilo del telone lungo la linea sottesa dall'asse $j\omega$, è proprio il **Diagramma di Bode** del modulo (o della fase a seconda che si stia visualizzando l'una o l'altra delle grandezze).
- Se ci si mette in corrispondenza dell'origine degli assi, $s=0$, la funzione di trasferimento $T(0)$ (cioè l'altezza del telone in quel punto) fornisce il trasferimento, $-g_m R_L$, del circuito ad un segnale a "frequenza zero" cioè in DC;

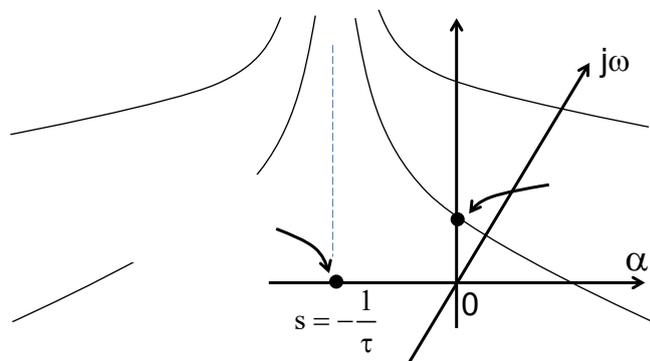


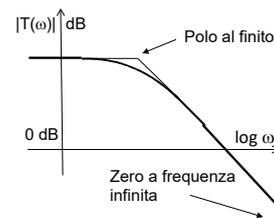
Fig. 6.3 Visualizzazione grafica del modulo della funzione di trasferimento (6.2) nel suo piano complesso $s=\alpha+j\omega$.

La funzione di trasferimento di un circuito può essere ben più complicata della (6.2) quando rappresenta un circuito più articolato di quello della Fig.6.1 ed avente un numero maggiore di condensatori. In generale essa potrebbe avere la forma seguente :

$$T(s) = \frac{V_u(s)}{V_{in}(s)} = -T(0) \cdot \frac{1+sC_1R_1}{1+sC_2R_2} \cdot \frac{1}{1+sC_3R_3} \dots \quad (6.3)$$

Rispetto a quanto detto sopra, si nota ora che:

- Possono esistere più poli, cioè più valori di s che fanno divergere all'infinito la funzione di trasferimento. Questo si traduce visivamente in un telone da circo sostenuto da più pali.
- Possono esistere termini a numeratore che permettono alla $T(s)$ di azzerarsi, del tipo $s=-1/C_1R_1$. Per questo motivo tali particolari valori di s vengono chiamati **zero della funzione di trasferimento** : una sollecitazione all'ingresso con quella s non produrrebbe alcun segnale all'uscita (trasferimento zero);
- Lo zero è quindi come un picchetto che tiene ancorato a zero il tendone. Attenzione che normalmente i grafici del modulo della funzione di trasferimento hanno gli assi logaritmici e pertanto il punto corrispondente allo zero va disegnato a quota $-\infty$.
- Se lo zero non fosse presente esplicitamente nella $T(s)$ (cioè non fosse al finito) bisogna comunque immaginare che ci sia e che sia posto a frequenza infinita. Per le proprietà delle funzioni analitiche, questo corrisponde ad avere un "picchetto virtuale" che tiene giù il telone su tutto il perimetro a distanza infinita del piano di Gauss. Nei Diagrammi di Bode lo vediamo quando facciamo scendere fino a meno infinito il grafico alle alte frequenze !



E' utile, per quanto visto, avere chiaro il legame esistente in un circuito tra la funzione di trasferimento $T(s)$ (la grande superficie sopra tutto il piano complesso $s=\alpha\pm j\omega$) e la sua rappresentazione di Bode confinata alle sole sinusoidi pure in $j\omega$ (il suo profilo di taglio lungo l'asse $s=j\omega$). Il riquadro seguente li mette in relazione.

Polo in s e "polo" in $j\omega$

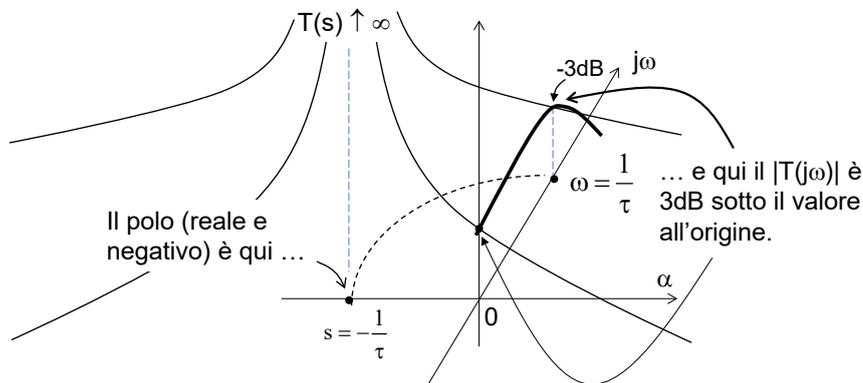
Ovvero 1: Perché, se il polo è negativo, viene messo sull'asse positivo di ω nei diagrammi di Bode?

Ovvero 2: Perché, se il polo fa andare all'infinito la funzione di trasferimento, disegno quest'ultima addirittura più in basso di 3 dB nei diagrammi di Bode?

La funzione di trasferimento (6.2) fornisce il polo del circuito a

$$S = \alpha = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau}$$

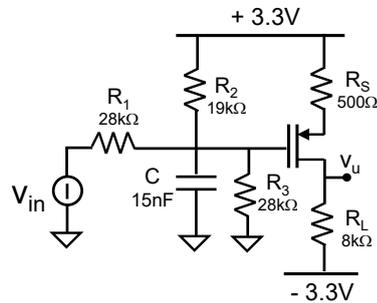
da porsi nel piano di Gauss sull'asse reale negativo. In corrispondenza del valore del polo, la funzione di trasferimento $T(s)$ va all'infinito.



La funzione $T(s)$ è visualizzabile, come già detto, come un telone da circo sostenuto dal "polo" in $s=-1/\tau$ e discendente allontanandosi.

Quando traccio un diagramma di Bode, disegno la funzione di trasferimento $T(\alpha \pm j\omega)$ per i soli valori lungo l'asse $j\omega$ ($\alpha=0$). "Accidentalmente" in corrispondenza di $\omega_p=1/CR=1/\tau$ il valore di $|T(j\omega_p)|$ è $\sqrt{2}$ volte (cioè -3dB) più piccolo del valore che la stessa $|T(j\omega)|$ assume all'origine degli assi! (Fate i conti sostituendo i rispettivi valori nelle espressioni di Fourier (6.1) o di Laplace (6.2) per convincervene).

E 6.5 Calcolare la funzione di trasferimento $T(s)$ del guadagno del seguente circuito utilizzando un MOSFET con $V_T=0.6V$ e $k=600\mu A/V^2$:



visto nel E6.1 e disegnarne i corrispondenti diagrammi quotati di Bode.

Per calcolare la funzione di trasferimento si procede operando con le leggi di Ohm ed i bilanci ai nodi come siamo abituati, ora generalizzando il conto anche alle capacità utilizzando la loro impedenza $1/sC$. Pertanto la tensione al Gate del MOSFET nel dominio di Laplace ha l'espressione seguente :

$$v_G = \frac{v_{in}}{R_1 + R_2 \parallel R_3 \parallel \frac{1}{sC}} \cdot \left(R_2 \parallel R_3 \parallel \frac{1}{sC} \right)$$

che permette di ottenere la tensione di uscita :

$$v_u = - \frac{v_G}{R_S + \frac{1}{g_m}} \cdot R_L$$

Sostituendo l'espressione di v_G ed elaborando la forma del risultato in modo da avere la variabile s esplicitata nella forma $(1+s\tau)$ per comodità, si ottiene la seguente funzione di trasferimento del circuito :

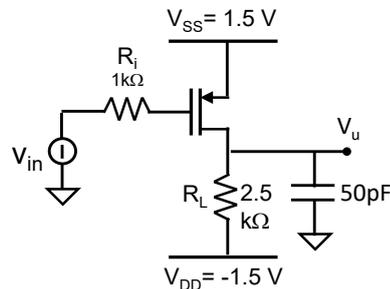
$$T(s) = \frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = - \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + R_2 \parallel R_3} \cdot \frac{R_L}{R_S + \frac{1}{g_m}} \cdot \frac{1}{(1 + sCR_1 \parallel R_2 \parallel R_3)}$$

In essa si riconosce nel fattore moltiplicativo il guadagno che il circuito avrebbe se non ci fosse la capacità ($s=0$) e nel termine moltiplicativo di s la costante di tempo del circuito intesa come il prodotto tra la capacità e la resistenza vista ai propri capi. Con l'esperienza ci si abitua a confezionare direttamente la funzione di trasferimento nella forma appena trovata senza necessariamente passare attraverso i calcoli di bilancio ai nodi ! In forma numerica sintetica :

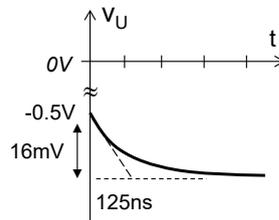
$$T(s) = \frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -1.7 \cdot \frac{1}{(1 + s\tau)}$$

con $\tau=120\mu s$.

E 6.6 Disegnare l'andamento nel tempo della risposta ad un gradino positivo di tensione all'ingresso ampio 8mV del circuito seguente che utilizza un MOSFET con $V_T=0.5V$, $k=400\mu A/V^2$ e $V_A=\infty$, quando una capacità di 50pF è posta all'uscita verso massa. Scriverne la funzione di trasferimento e disegnarne i diagrammi di Bode.



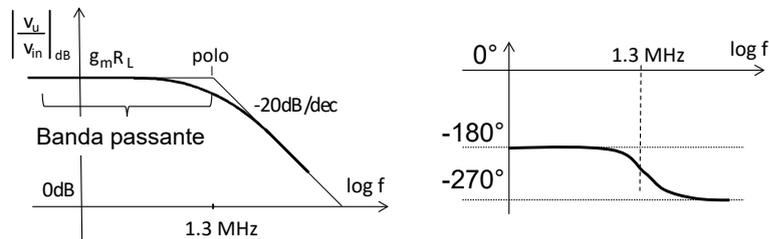
Il circuito è polarizzato con una corrente $I_D=400\mu A$. Il generatore di segnale, applicato direttamente al Gate, produce un gradino di corrente $g_m v_{in}=6.4\mu A$ in uscita. Trascurando il tempo di transito dei portatori all'interno del MOSFET nel loro tragitto dal Source al Drain, la limitazione alla velocità di risposta della tensione $v_u(t)$ è solo data dalla rete di carico, che impone un andamento esponenziale con costante di tempo $\tau=R_L C=125ns$ del tipo:



Il calcolo della funzione di trasferimento porta alla espressione seguente:

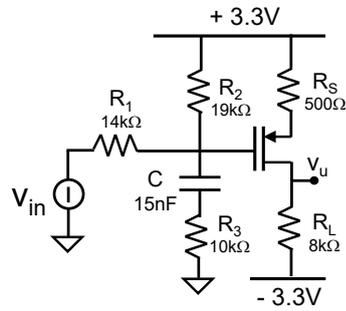
$$T(s) = \frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \frac{1}{1 + sCR_L}$$

la cui rappresentazione grafica nei diagrammi di Bode è la seguente :



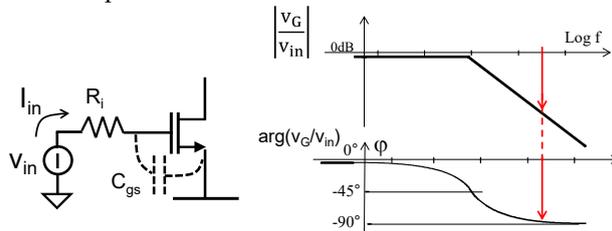
Concludiamo dicendo che l'amplificatore ha una banda che si estende quindi fino a $f_{-3dB} \cong 1.3MHz$. La funzione di trasferimento del circuito è valida fino a quando il MOSFET riesce a comportarsi bene come transistor, quindi fino alla sua f_T , come vedremo più avanti.

E 6.7 Calcolare la funzione di trasferimento del seguente circuito, visto in E6.2, utilizzando un MOSFET con $V_T=0.6V$ e $k=600\mu A/V^2$ e tracciarne in grafici quotati i diagrammi di Bode.



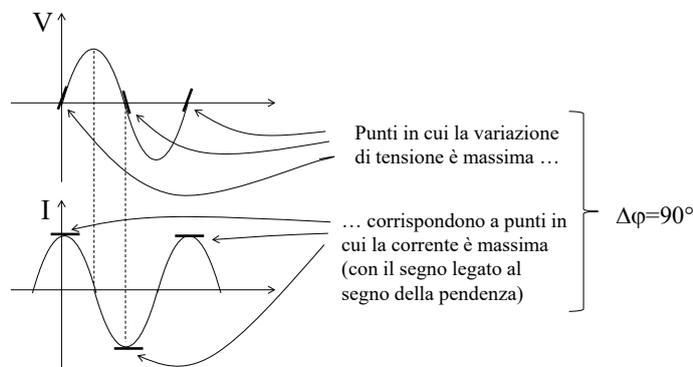
PERCHE' LA FASE RITARDA di 90° DOPO UN POLO ?

Quando tracciamo i Diagrammi di Bode, alle frequenze superiori al polo associamo uno sfasamento di -90° dell'uscita rispetto all'ingresso. Vediamo perché, riferendoci al seguente esempio. Mettiamoci nel punto indicato in cui lo sfasamento si manifesti ampiamente, ben oltre il polo:



Si rifletta sul fatto che tra tensione e corrente in un condensatore esiste la relazione:

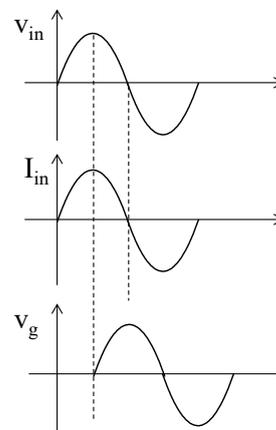
$$I = C \frac{\partial V}{\partial t}$$



Nel circuito in esame, ad alta frequenza quando l'impedenza del condensatore è piccola,

i) la partizione di v_{in} che ritrovo in v_g è piccola (visualizzata sul grafico di Bode del modulo dalla discesa del guadagno). Un piccolo spostamento di v_g comporta che la corrente in R_i abbia praticamente la stessa fase di v_{in}

ii) la fase della tensione v_G sarà aumentata di 90° perché la tensione prodotta ai capi di C_{gs} gli è sfasata proprio di 90°, in ritardo temporale.

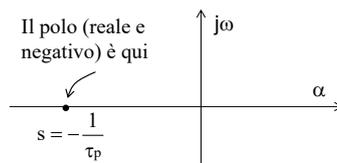


PERCHE' LA FASE RITARDA di 90° DOPO UN POLO ? (studio analitico)

Una funzione di trasferimento con un polo ha ad esempio la forma (6.2) :

$$T(s) = -g_m R_L \frac{1}{1 + sCR}$$

Il polo $S=-1/CR$ è reale ed è sempre negativo per assicurare stabilità e come visto porta all'infinito la funzione $T(s)$. Nel piano di Gauss, il polo reale si pone sull'asse delle ascisse come nella figura seguente:



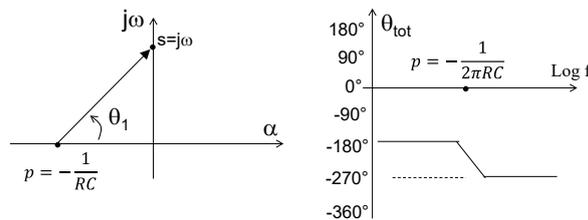
Il polo ha effetto nel definire lo sfasamento tra la sinusoide applicata all'ingresso e quella prodotta all'uscita del circuito. Per capirlo, riscriviamo la $T(s)$ nella forma :

$$T(s) = -g_m R_L \frac{1}{\tau_p} \cdot \frac{1}{\left(s - \left(-\frac{1}{\tau_p}\right)\right)}$$

Allo spostarsi del punto $s=j\omega$ lungo l'asse "j ω " del piano complesso, vale a dire al variare della frequenza $\omega=2\pi f$, l'argomento della $T(s)$, che è lo sfasamento cercato, è rappresentato dagli angoli che i vettori formano con l'asse orizzontale orientato:

$$\arg(T(j\omega)) = \arg(-g_m R_L 1/\tau_p) + \arg(1) - \arg\left(j\omega - \left(-\frac{1}{\tau_p}\right)\right) = -180^\circ + 0^\circ - \theta_1$$

come illustrato nella figura seguente dove θ_1 è maggiore di 0° e tende a 90° all'aumentare della pulsazione ω ma sempre si **sottrae** al valore di partenza evidenziando che il polo sempre **ritarda** il segnale all'uscita (sempre nei diagrammi di Bode si "**scende**" di 90°)

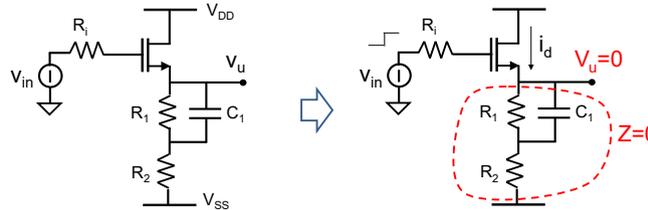


Notare che si sarebbe potuto partire da $\arg(-g_m R_L/\tau_p)=+180^\circ$ ugualmente corretto.

COME RAGIONO PER TROVARE LO ZERO ?

E' semplice ! Devo solo applicare alla lettera la definizione di zero di una funzione di trasferimento: ***pur dando all'ingresso un segnale di qualunque ampiezza, l'uscita del circuito non si deve spostare.***

a) Prendiamo ad esempio il seguente Source follower e valutiamo se e quale zero ci sia:



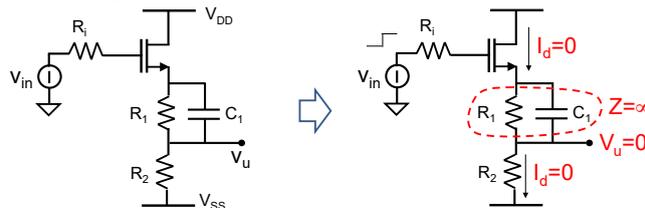
L'uscita non si sposterebbe se l'impedenza complessiva tra Vu e massa fosse nulla:

$$R_1 \parallel \frac{1}{sC_1} + R_2 = 0$$

Se ciò fosse verificato, infatti, qualunque ampiezza di un segnale vin a quella s produrrebbe una corrente che non muoverebbe l'uscita perché scorrerebbe in una impedenza sottostante pari a zero. Ciò avviene effettivamente alla frequenza :

$$f_z = \frac{1}{2\pi C_1 R_1 \parallel R_2}$$

b) Come secondo esempio lo stesso follower ha l'uscita a metà del partitore tra R1 e R2.



La condizione per avere uno zero di guadagno adesso è diversa da prima! Ora infatti devo trovare la condizione per cui la corrente in R2 sia nulla. Questo potrà avvenire se l'impedenza della degenerazione del MOSFET fosse infinita, tale cioè da realizzare un follower ideale in cui pur variando la tensione al suo Gate la corrente di Drain non vari:

$$R_1 \parallel \frac{1}{sC_1} = \infty$$

Ciò effettivamente è verificato alla frequenza :

$$f_z = \frac{1}{2\pi C_1 R_1}$$

Quindi, ***lo zero in uno stesso circuito può essere diverso a seconda del trasferimento scelto.*** In entrambi i casi il polo è sempre lo stesso ! Provate a fare i conti analitici per confermare questi risultati.

6.2 CAPACITA' PARASSITE DEI TRANSISTORI

Nell'analisi dei circuiti finora fatte si è implicitamente supposto che i transistori rispondano istantaneamente ad un segnale di tensione applicato ai loro morsetti, generando una corrente senza alcun ritardo. Nella realtà la presenza di capacità "nascoste" o "parassite" all'interno del transistor impedisce ad un transistor di essere infinitamente veloce nella risposta ad un segnale forzante: una variazione di tensione tra due loro morsetti comporta inevitabilmente anche una variazione della carica accumulata tra di essi, evidenziando un comportamento capacitivo che rende "lenta" la loro risposta. Vediamo più in dettaglio l'origine delle capacità interne ai transistori.

6.2.1 Transistori MOSFET

Si consideri il caso del MOSFET a canale n riportato nella Fig.6.4. Si supponga di applicare un segnale di tensione positivo al Gate, cioè di porre della carica positiva sull'elettrodo di Gate. Consideriamo dapprima il lato verso il Source. A regime la carica positiva sul Gate determina un richiamo di altrettanta carica negativa (elettroni) dal Source che neutralizzi tutte le linee di forza del campo elettrico. La carica in gioco non partecipa ad una conduzione continua ma è richiesta solo in transitorio all'atto dell'applicazione del segnale di tensione al Gate. Il fenomeno può quindi essere sinteticamente rappresentato dall'introduzione di una capacità tra Gate e Source, C_{gs} , i cui piatti sono il metallo di Gate da una parte ed il canale del MOSFET dall'altra, ed il cui dielettrico è lo strato di isolante (ossido di Silicio, SiO_2) compreso tra i due.

Analogamente, quando si varia la tensione tra Gate e Drain, l'induzione elettrostatica forza una variazione di carica ai capi del dielettrico che li separa. Si manifesta così un comportamento capacitivo anche tra questi due elettrodi, indicata con C_{gd} .

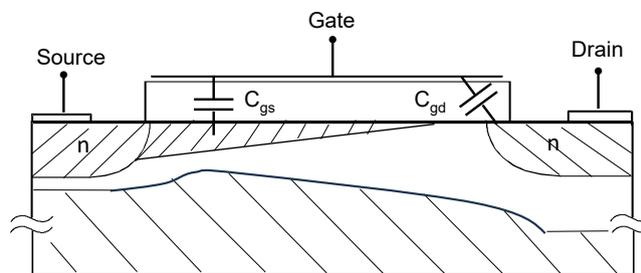


Fig. 6.4 Sezione di un MOSFET prototipo in cui sono state messe in evidenza le due principali capacità parassite inevitabilmente presenti e necessarie al suo funzionamento, C_{gs} e C_{gd} .

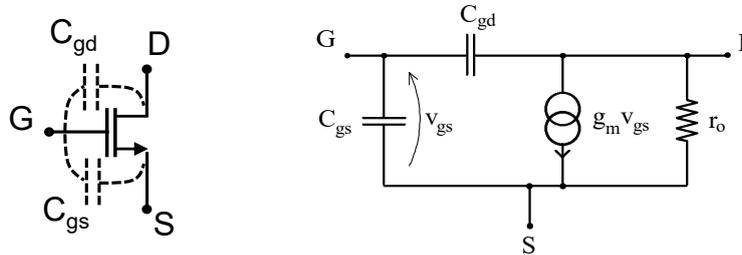


Fig. 6.5 Visualizzazione delle capacità interne del MOSFET sul suo simbolo circuitale e nel circuito equivalente.

La struttura del MOSFET è geometricamente molto ben definita ed il valore delle capacità dipende essenzialmente dai fattori costruttivi quali l'area del Gate e lo spessore d_{ox} dell'ossido secondo la relazione $C = Area * \epsilon_{ox} / d_{ox}$. Normalmente ragioni geometriche e costruttive fanno sì che C_{gd} sia più piccola di C_{gs} (C_{gs} circa 2 volte C_{gd}). I valori precisi sono forniti dal costruttore e sono presenti nel simulatore circuitale di quella data tecnologia.

Ai fini dell'analisi circuitale è utile visualizzare sullo schema circuitale del transistor, come fatto nella Fig.6.5, le due capacità, C_{gs} e C_{gd} , ed eventualmente introdurle nel circuito equivalente del transistor.

6.2.2 Transistori bipolari

Di diversa natura sono le capacità associate al funzionamento del BJT. Quando si applica un segnale tra Base ed Emittitore, la variazione della tensione della giunzione Base-Emittitore è accompagnata da una variazione della carica di minoritari accumulata nelle due zone neutre adiacenti alla giunzione. Per esempio, un aumento della polarizzazione diretta V_{be} in un transistor *npn* determina, a regime, l'aumento sia della carica di elettroni accumulata nella Base sia delle lacune accumulate nella zona neutra dell'Emittitore (Fig.6.6a). Esiste quindi un transitorio durante il quale alcune cariche non percorrono tutta la maglia del circuito ma si fermano nell'Emittitore e nella Base e vengono immagazzinati nelle regioni neutre di quella giunzione. Solo quando l'accumulazione di questi nuovi portatori minoritari avrà permesso di raggiungere i nuovi profili di concentrazione compatibili con la nuova condizione di funzionamento stazionaria, la corrente di Collettore avrà raggiunto il suo valore finale. Questo fenomeno può essere sinteticamente rappresentato con l'introduzione di una capacità tra Base ed Emittitore, detta **capacità di diffusione**, indicata con C_{π} (Fig. 6.7).

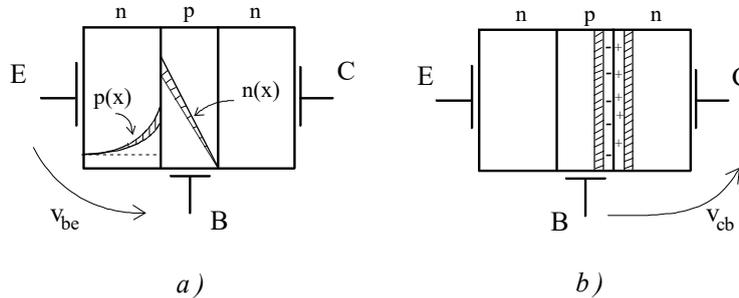


Fig. 6.6 BJT npn: a) variazione della carica di minoritari accumulata nelle regioni neutre della Base e dell’Emettitore a fronte di una variazione della tensione relativa; b) variazione della zona di carica spaziale nella giunzione Base-Collettore.

Il valore di C_π non è fisso perché per avere una fissata variazione della pendenza della distribuzione di carica di minoritari bisogna fornire in transitorio una quantità di carica tanto maggiore quanto maggiore è la carica già presente. Il valore della capacità di diffusione è quindi direttamente proporzionale alla corrente di polarizzazione del transistor:

$$C_\pi \cong \frac{1}{2\pi f_T \cdot \frac{1}{g_m}} = \frac{1}{2\pi f_T} \frac{I_C}{V_{th}}$$

dove f_T è la frequenza di transizione del transistor (si veda il prossimo paragrafo) ed è fornita dal costruttore.

Anche alla giunzione Base-Collettore, polarizzata inversamente, è associata una capacità, legata alla variazione della carica spaziale conseguente ad una variazione di V_{bc} (Fig.6.6b). Essa è indicata con C_μ nel simbolo circuitale della Fig.6.7 ed il suo valore è funzione, oltre che della geometria, anche della tensione di polarizzazione inversa Base-Collettore.

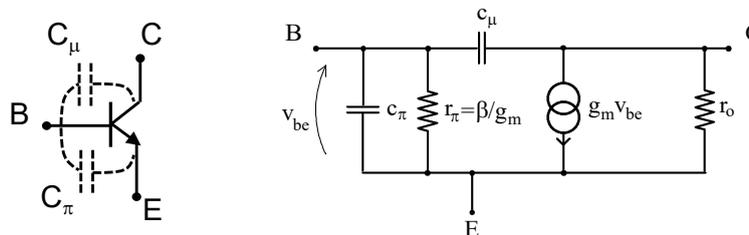


Fig. 6.7 Visualizzazione delle capacità interne del BJT sul suo simbolo circuitale e nel circuito equivalente.

Oltre alle capacità C_{gs} e C_{gd} (C_{π} e C_{μ}), i modelli più elaborati di transistori utilizzati nei programmi di simulazione circuitale tengono conto di altri accoppiamenti capacitivi parassiti tra i morsetti (si pensi ad esempio all'accoppiamento verso il substrato) e legati alla specifica struttura del dispositivo, alla tecnologia con cui è realizzato ed al contenitore entro cui è inserito, in modo da consentire un'analisi dettagliata della risposta ad alta frequenza di un circuito.

6.2.3 La frequenza di transizione, f_T (anche detta frequenza di taglio del transistor)

Una caratteristica dei transistori MOSFET è di avere al Drain la stessa corrente che è stata iniettata nel Source. La stessa caratteristica si applica anche al BJT a meno della piccola corrente di Base. Valutiamo ora fino a quale frequenza questa proprietà dei transistori continua a valere.

Si consideri la disposizione sperimentale della Fig.6.8a, in cui al morsetto di Source (Emettitore) di un pMOSFET è applicato un generatore ideale di corrente che fornisce la corrente I di polarizzazione e quella di segnale i_{in} variabile in frequenza. Si pensi di misurare il segnale di corrente trasmesso al Drain (Collettore) utilizzando un misuratore di corrente ideale, ovvero con impedenza di ingresso nulla. Evidenziando sul circuito le capacità interne al dispositivo è facile verificare che la funzione di trasferimento $i_u(s)/i_{in}(s)$ sia data dall'espressione

$$\frac{i_u(s)}{i_{in}(s)} = \frac{1}{1 + sC_{gs} / g_m} \quad (6.4)$$

Infatti il segnale iniettato nel Source vede un'impedenza pari al parallelo tra C_{gs} ed $1/g_m$. La tensione che si sviluppa tra Source e Gate genera una corrente di Drain proporzionale alla g_m del transistor stesso. Il trasferimento della corrente è quindi costante ed unitario solo fino alla frequenza corrispondente al polo $p = -g_m/C_{gs}$ ($p = -g_m/C_{\pi}$ nel caso del BJT), e poi decresce con pendenza di -20dB/decade (Fig.6.8b). La frequenza caratteristica del polo è

$$f_T|_{MOS} = \frac{1}{2\pi C_{gs} \frac{1}{g_m}} \quad f_T|_{BJT} = \frac{1}{2\pi C_{\pi} \frac{1}{g_m}} \quad (6.5)$$

ed è detta **frequenza di transizione** (o di taglio) del dispositivo: fino alla frequenza f_T il transistor ha un trasferimento di corrente unitario; oltre tale frequenza la corrente di induzione nella capacità aumenta a spese della corrente di transito nel dispositivo, che diminuisce. Il valore di f_T è quindi indice della frequenza massima a cui poter far funzionare un transistor.

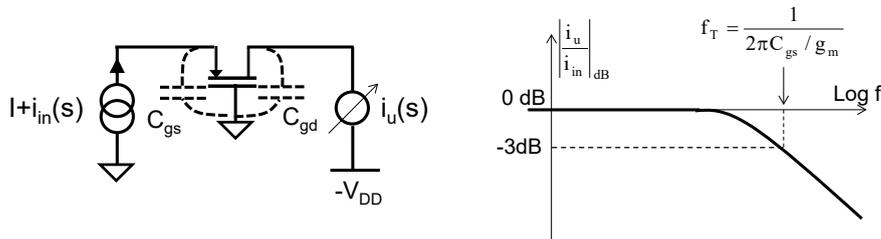


Fig. 6.8 (a) Schema circuitale per una misura di principio della f_T di un transistor e (b) andamento con la frequenza del trasferimento di corrente tra Source e Drain.

Si noti come nella funzione di trasferimento appena trovata non compaia la capacità C_{gd} : la costante di tempo associata a C_{gd} è nulla perché l'impedenza vista ai suoi morsetti è nulla per via del misuratore di corrente ideale che ha impedenza zero. Quindi il polo determinato da C_{gd} ha una pulsazione caratteristica di valore infinito.

Lo schema proposto nella Fig.6.8 per la misura della massima frequenza utile di un transistor ha uno svantaggio che lo rende poco applicabile in una misura di laboratorio: il generatore di corrente di segnale deve poter funzionare fino ad una frequenza ben maggiore (almeno di una decade) della f_T da misurare per poterne individuare il valore con precisione. Questa condizione rende ovviamente impossibile la misura di dispositivi di nuova generazione con f_T maggiore di quella dei transistori impiegati negli strumenti di misura.

Per ovviare a questo inconveniente, si può adottare lo schema circuitale riportato nella Fig.6.9a. Il generatore di segnale di corrente, con in parallelo una resistenza R , è applicato al Gate del transistor nella configurazione con il Source comune. La funzione di trasferimento $i_u(s)/i_{in}(s)$ è data da:

$$\frac{i_u(s)}{i_{in}(s)} = g_m R \cdot \frac{1 - s C_{gd} / g_m}{1 + s R (C_{gs} + C_{gd})} \quad (6.6)$$

il cui diagramma di Bode è riportato nella Fig.6.9b. Il trasferimento di corrente è costante solo fino alla frequenza $1/2\pi R(C_{gs} + C_{gd})$, che dipende non solo dai parametri del transistor ma anche dal valore di R . L'intercetta della retta con pendenza a -20dB/decade con l'asse orizzontale (corrispondente ad un trasferimento di corrente unitario), individua una frequenza del tutto simile alla f_T prima definita:

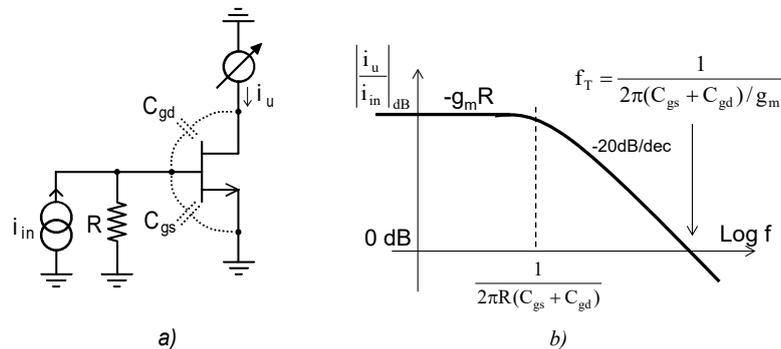


Fig. 6.9 (a) Schema circuitale per la misura della f_T dei transistori e (b) corrispondente diagramma di Bode del modulo della funzione di trasferimento $i_u(s)/i_{in}(s)$.

$$f = \frac{1}{2\pi(C_{gs} + C_{gd}) \cdot \frac{1}{g_m}} \cong f_T \quad (6.7)$$

con la differenza che ora compare nell'espressione anche la capacità C_{gd} (C_μ). Il vantaggio della disposizione sperimentale della Fig.6.9a è che, scegliendo R opportunamente grande, il polo della funzione di trasferimento può essere spostato a frequenze sufficientemente basse da poter essere misurato con la strumentazione disponibile in laboratorio. Il valore della frequenza f_T è ottenuto *indirettamente* estrapolando al raggiungimento dell'asse a 0dB il tratto con pendenza -20dB/dec.

Nella pratica si usa l'espressione (6.7) per indicare la **frequenza di transizione** (o di taglio) dei transistori. Il valore di f_T nei MOSFET dipende dalla polarizzazione del transistor attraverso il termine g_m , potendo considerare le capacità C_{gs} e C_{gd} sostanzialmente costanti. L'andamento di f_T aumenta quindi con $\sqrt{I_D}$. I data sheet dei costruttori riportano i valori delle capacità ed i grafici di f_T in funzione della corrente. A maggior ragione, i simulatori circuitali inglobano i dettagli di queste capacità con grande precisione.

I transistori in commercio hanno f_T da qualche centinaia di MHz fino a diverse centinaia di GHz. Poiché la f_T è con buona approssimazione determinata dall'inverso del tempo di transito dei portatori tra Source e Drain, i transistori più veloci sono quelli con lunghezza di canale più piccola. La tecnologia attuale permette di arrivare a dimensioni di qualche decina di nanometro per i canali dei FET (limite imposto dalle tecniche di litografia del chip) ed a valori molto inferiori per la lunghezza di base (limite legato al controllo che si riesce ad avere nella diffusione verticale dei droganti di Emettitore e di Base). Pertanto a tutt'oggi i

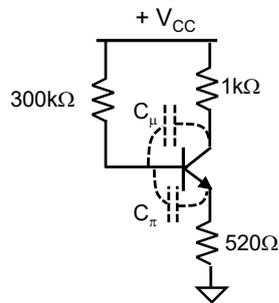
migliori transistori bipolari sono più *veloci* (cioè hanno f_T maggiore) dei migliori MOSFET al silicio. Peraltro, dato che il tempo di transito dipende anche dalla velocità dei portatori, i transistori più veloci in assoluto sono i FET realizzati con Arseniuro di Gallio (GaAs) che sfruttano la più elevata mobilità ($\mu \approx 8000$) dei suoi elettroni di conduzione rispetto a quella nel Silicio ($\mu \approx 1200$).

Frequenza di taglio, f_T , dei transistori bipolari

Se si usasse un BJT, la resistenza in parallelo alla capacità sarebbe il parallelo tra la resistenza R del generatore di corrente forzante e la resistenza di Base, β/g_m , del transistore. Se $R \gg \beta/g_m$ il polo della (6.4) interverrebbe ad una frequenza β volte inferiore ad f_T .

Nel caso dei transistori bipolari il valore di f_T è pressoché costante in un ampio intervallo di polarizzazioni del dispositivo, perché la variazione lineare della transconduttanza con la polarizzazione è in gran parte compensata dalla corrispondente variazione della capacità di diffusione (C_π). Solo per valori bassi di I_C il termine dovuto a C_μ diventa prevalente e la f_T diminuisce con la corrente (Fig.9.7). Il valore di C_{gd} (C_μ) è fornito dal costruttore, indipendente da f_T , molto spesso in un grafico che ne mostra l'andamento in funzione della tensione V_{gd} (V_{bc}).

- E 6.8** Si consideri il circuito della figura seguente. Si supponga di avere un transistore bipolare con $\beta=250$, $f_T=500\text{MHz}$ e $C_\mu=5\text{pF}$.
- Calcolare il valore della sua capacità di diffusione.
 - Quanto varrebbe la capacità C_{gs} di un FET ($k=100\text{mA/V}^2$, $f_T=500\text{MHz}$ e $C_{gd}=5\text{pF}$) che avesse la stessa corrente stazionaria del BJT?



$[C_{diff}=27\text{pF}, C_{gs}=5\text{pF}]$

6.3 AMPLIFICATORI CON SINGOLA CAPACITA' VERSO MASSA

Come abbiamo visto in alcuni esempi del §6.1, la presenza in un amplificatore di una singola capacità verso massa porta alla presenza di un polo nella funzione di trasferimento il cui valore di **costante di tempo** è direttamente ottenibile come **prodotto della capacità per la resistenza vista ai suoi capi**, quest'ultima relativamente facile da calcolare. In questo paragrafo vediamo più in dettaglio questo aspetto ed il corrispondente effetto sulla funzione di trasferimento complessiva degli amplificatori con il Source (Emettitore) comune in cui quindi considereremo solo la presenza della capacità C_{gs} (C_{π}). Più avanti considereremo gli effetti della sola C_{gd} (C_{μ}) e nel Cap.9 studieremo il comportamento reale con entrambe le capacità interagenti.

6.3.1 Source (Emettitore) comune pilotato da un generatore di tensione ideale : sola C_{gs} (C_{π})

Se il transistor fosse pilotato da un **generatore ideale di tensione**, come nelle tre varianti della Fig.6.11, la capacità C_{gs} (C_{π}) addirittura non interverrebbe nel trasferimento del segnale tra ingresso ed uscita! Infatti, il generatore, posto esattamente in parallelo alla capacità, fornirebbe *istantaneamente* tutta la carica di cui questa avrebbe bisogno per variare istantaneamente la tensione ai suoi capi, perché un generatore *ideale* può erogare una potenza *infinita*. Il transistor quindi risponderebbe erogando istantaneamente una corrente di Drain (Collettore) pari a $i = g_m v_{in}$ e l'uscita varierebbe in tensione istantaneamente. La funzione di trasferimento (il guadagno di tensione) sarebbe indipendente dalla frequenza nonostante la presenza della capacità ed avrebbe l'espressione ben nota

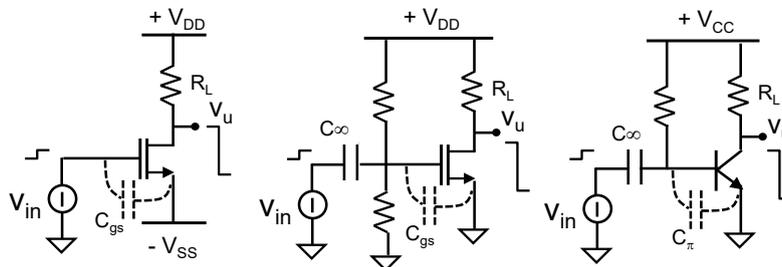
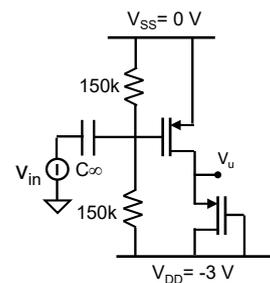


Fig. 6.11 Amplificatori Source comune pilotati da un generatore ideale di tensione V_{in} . Viene presa in considerazione la sola capacità C_{gs} (C_{π}) del transistor.

$$G = \frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L$$

Nella realtà il limite alla velocità di risposta sarebbe posto dal tempo di transito dei portatori attraverso il canale (Base) del transistor che fisserebbe la banda del circuito al valore della sua f_T .

E 6.9 Calcolare la banda passante del circuito accanto, in cui si siano scelti MOSFET uguali con $V_T=1V$, $k=1A/V^2$ e $V_A=15V$, $C_{gd}=0$ e $f_T=35GHz$. Analizzarne la risposta nel tempo ad un gradino in ingresso.



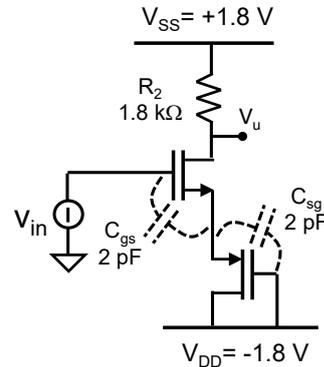
Il transistor all'ingresso non pone limiti al comportamento in frequenza e la sua capacità C_{gs} verrebbe caricata istantaneamente. Ma il carico, nella configurazione a transdiodo, ha invece la sua capacità C_{gs} tra il morsetto di uscita e l'alimentazione. Questa capacità, in parallelo alle resistenze r_o del MOSFET ed $1/g_m$ del carico, determina il polo della funzione di trasferimento v_u/v_{in} a $f_p = \frac{1}{2\pi C_{gs}(r_o || r_o || 1/g_m)} \cong 35GHz$. La risposta nel tempo ad un gradino di tensione in ingresso sarebbe esponenziale, con una costante di tempo di 4.5ps. La soluzione sarebbe accettabile perché pone il limite alla banda passante del circuito proprio alla f_T del transistor.

Si ricordi che la capacità di bypass $C=\infty$ mostrerà sempre una impedenza infinitesima a tutte le frequenze, eccetto che per la DC. Quindi nel tempo di sviluppo del gradino sarà sempre considerabile come un cortocircuito (avrebbe bisogno di infinita carica per cambiare la tensione ai suoi capi, cosa che non riesce ad ottenere dal lato di destra). Quindi non cambia la tensione ai suoi capi : se sposto un capo in tensione di v_{in} , anche l'altro si sposta della stessa quantità. Nella realtà con C grande ma non infinita la costante di tempo sarebbe lunghissima e data da C con la resistenza $R1 || R2$.

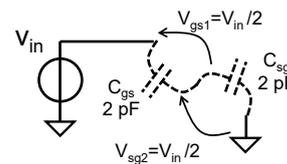
E 6.10

Si consideri l'amplificatore della figura ($V_T=0.4V$, $k=2mA/V^2$, $V_A=\infty$, $C_{gs}=2pF$).

- Calcolare la tensione stazionaria dell'uscita, V_u .
- Calcolare il guadagno di tensione per piccoli segnali a bassa frequenza, $G=v_u/v_{in}$.
- Disegnare la risposta nel tempo dell'uscita ad un gradino di tensione all'ingresso di $+20mV$.
- Calcolare la distorsione HD2 dello stadio quando in ingresso viene applicato un segnale sinusoidale $V_{in}(t)=A\sin(2\pi ft)$ di ampiezza $A=20mV$ a bassa frequenza.
- Come varierebbe la distorsione HD2 operando ad alta frequenza.
- Calcolare la corrente fornita dal generatore quando $v_{in}=20mV$ a $f=1Hz$ ed a $f=100MHz$.



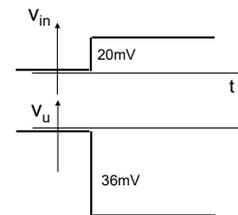
- $V_u=+0.9V$, $1/g_m=500$ Ohm.
- $G=-1.8$
- Sul fronte del gradino (alle componenti in frequenza molto alte) l'impedenza dei condensatori è molto piccola. Quindi il generatore di tensione (ideale) vede davanti a sé un partitore di capacità. Essendo uguali, la tensione di comando sarà $v_{gs}=v_{in}/2$ su entrambi i transistori.



Dopo il fronte del gradino, cioè per le componenti di segnale a bassa frequenza, di nuovo i due transistori mostrano una partizione di resistenze ($1/g_m + 1/g_m$) che fornisce di nuovo $v_{gs}=v_{in}/2$ su entrambi i transistori.

In conclusione, la risposta nel tempo ad un gradino di tensione v_{in} è un gradino di tensione v_u .

Allo stesso risultato sareste potuti arrivare considerando che i due MOSFET sono in serie uno all'altro. Quindi dovranno sempre portare la stessa corrente. Pertanto ogni variazione imposta su uno di essi deve necessariamente essere presente uguale sull'altro, sempre. Pertanto sempre v_{in} si dividerà in maniera uguale su entrambi i comandi dei transistori.



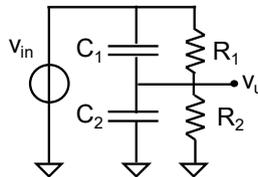
Allo stesso risultato sareste arrivati anche svolgendo l'esercizio in maniera formale : calcolo il polo del trasferimento ($\tau_p=2C_{gs}:1/2g_m$) e calcolo lo zero

del trasferimento ($\tau_z = C_{be} \cdot 1/g_m$) e scopro che coincidono. Ho cioè un trasferimento indipendente dalla frequenza !

- d) Essendo sempre $v_{gs} = v_{in}/2$, la distorsione è fissata a $HD2 = 0.5\%$. Non c'è il fattore di aiuto dovuto alla degenerazione proprio perché l'altro transistor non può adattare la tensione ai suoi capi, ma deve anch'esso tenerlo fisso a $v_{in}/2$.
- e) Rimarrebbe sempre costante a $HD2 = 0.5\%$ perché ho sempre la partizione a $1/2$.
- f) La corrente fornita dal generatore di segnale è la sola cosa che cambia tra bassa ed alta frequenza, perché deve caricare anche le capacità: $i_{in}|_{1Hz} = 0\mu A$; $i_{in}|_{100MHz} = 15\mu A$.

Partizione di tensione tra capacità

ERRORI da non fare quando si è in presenza di una partizione tra due capacità :



- *NON è detto che ci siano due poli, e quindi due costanti di tempo : verificare sempre che le due capacità siano indipendenti. Nell'esempio sopra le due capacità NON sono indipendenti : si ha un solo polo con $\tau = (C_1 + C_2)(R_1 || R_2)$ perché sia le capacità che le resistenze sono in parallelo tra loro nel calcolo della costante di tempo.*
- *NON dire che ad alta frequenza le due capacità sono dei corti circuiti. Ad alta frequenza le due capacità mostrano una impedenza $Z = 1/\omega C$ e continuano a formare una partizione di tensione !*
- *NON dire che ad alta frequenza le due capacità sono dei corti circuiti e quindi $v_u = v_{in}$. Per la ragione discussa sopra.*
- *NON dire che ad alta frequenza le due capacità sono dei corti circuiti e quindi $v_u = 0V$. Per la ragione discussa sopra.*

6.3.2 Source (Emettitore) comune pilotato da un generatore reale di tensione : sola C_{gs} (Cπ)

Nel caso generale in cui il **generatore reale di tensione** abbia una resistenza serie equivalente R_i (Fig.6.12) la capacità tra Gate e massa forma una partizione nel circuito di ingresso tra v_{in} ed il comando v_{gs} del transistor :

$$v_{gs} = \frac{v_{in}}{R_i + \frac{1}{sC_{gs}}} \cdot \frac{1}{sC_{gs}} = v_{in} \frac{1}{1 + sC_{gs}R_i}$$

Da questa si ricava la **funzione di trasferimento** dell'intero circuito:

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \frac{1}{1 + sC_{gs}R_i} \tag{6.8}$$

Il trasferimento ha un solo polo la cui **costante di tempo** è il prodotto tra C_{gs} e la resistenza vista ai suoi capi, pari a R_i. Il circuito non presenta alcuno zero al finito perché V_g starebbe ferma solo per s=∞, quando si annullerebbe l'impedenza di C_{gs}.

Nel **dominio del tempo**, a fronte di un gradino positivo all'ingresso, il Gate sale lentamente con costante di tempo τ=C_{gs}R_i comandando il MOSFET. La tensione di uscita si muoverebbe lentamente con la stessa evoluzione temporale ma amplificata ed invertita.

Nel **dominio delle frequenze**, per s=0, cioè alle frequenze bassissime in cui la capacità non pone alcuna limitazione al trasferimento (6.8) perché ha tutto il tempo per caricarsi al valore richiesto istante per istante, si ritrova il guadagno a bassa

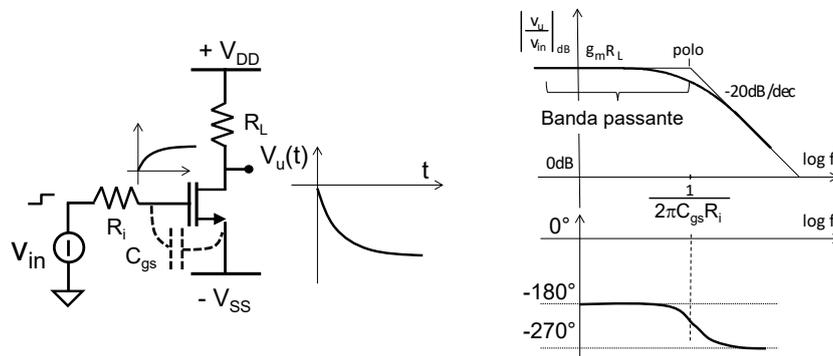


Fig. 6.12 Amplificatore Source comune in cui sia presente la sola C_{gs} pilotato da un generatore reale di tensione. Suo comportamento nel tempo ed in frequenza (diagrammi di Bode).

frequenza $G(0)=-g_m R_L$. A frequenze elevate invece la partizione tra v_{in} e v_{gs} è sempre più sfavorita e quindi si pilota il MOSFET con sempre meno tensione ed asintoticamente il trasferimento è nullo.

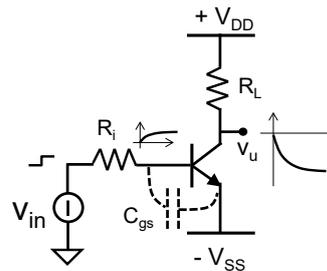
L'intervallo di frequenze in cui il trasferimento è circa costante ed in cui si presume di utilizzare il circuito è detto **banda passante** del circuito. Essa è tanto più grande quanto minore è la resistenza R_i del generatore di segnale. La frequenza corrispondente al polo è detta anche **frequenza a -3dB**. All'interno della banda passante il circuito mantiene uno sfasamento tra ingresso ed uscita praticamente costante a 180° , perché invertente.

L'intercetta della funzione di trasferimento con l'asse a 0dB individua la frequenza in corrispondenza al guadagno unitario.

Già da questo primo caso è evidente il vantaggio che si ha, in termini di banda passante di un circuito, a pilotare l'amplificatore di tensione con una resistenza R_i bassa. Poiché i circuiti sono normalmente la cascata di stadi semplici in cui l'impedenza di uscita dell'uno costituisce l'impedenza di ingresso dell'altro, questo evidenzia quanto sia importante avere una resistenza di uscita bassa dello stadio di comando

Quando il circuito della Fig.6.12 è realizzato con un **BJT** invece che con un MOSFET, la funzione di trasferimento deve tenere conto anche della resistenza finita β/g_m tra la Base del transistor e massa. Questa resistenza ha due effetti:

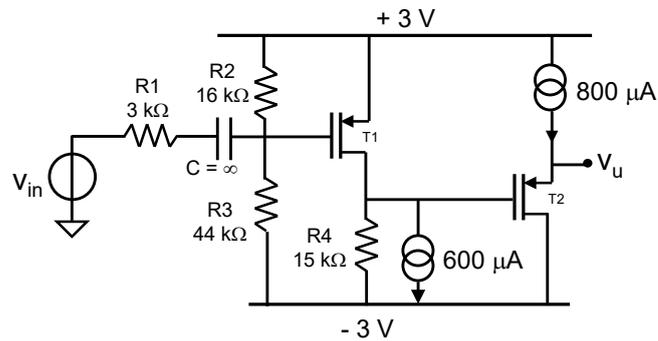
- i) ripartisce il segnale V_{in} facendone giungere di meno a comandare il transistor;
- ii) si pone in parallelo a R_i nel definire la costante di tempo del polo $\tau=C_\pi(R_i\|\beta/g_m)$.



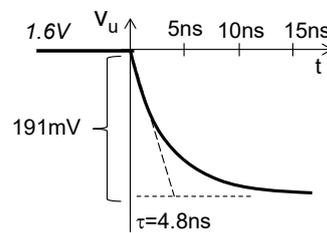
Pertanto l'espressione della funzione di trasferimento nel caso di un BJT è naturale che sia:

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -\frac{\beta / g_m}{R_i + \beta / g_m} g_m R_L \frac{1}{1 + sC_\pi (R_i \parallel \beta / g_m)} \quad (6.9)$$

- E 6.11** Considerare il circuito accanto, realizzato con MOSFET che abbiano $V_T=0.6V$, $k=1/2\mu C_{ox}W/L=800\mu A/V^2$ e $V_A=\infty$.
- Calcolare la polarizzazione del circuito.
 - Calcolare il guadagno per piccolo segnale a media frequenza, $G=v_u/v_{in}$, del circuito.
 - Calcolare la distorsione armonica HD2 del segnale in uscita quando in ingresso viene applicata una sinusoide alla frequenza di 1MHz ampiezza 40mV.
 - Disegnare in un grafico quotato l'andamento nel tempo della tensione all'uscita in risposta ad un gradino positivo di 10mV applicato all'ingresso, quando si prenda in considerazione la capacità $C_{gs}=2pF$ di tutti i MOSFET ($C_{gd}=0$).



- $V_u=1.6V$, $g_m=1.6mA/V$ ($1/g_m=625\Omega$).
- $G(0)=-19.1$. La capacità di disaccoppiamento ideale introduce uno zero nell'origine ed anche un polo sempre nell'origine, per cui non manifesta alcun effetto pratico nel trasferimento.
- $HD2=0.79\%$. Infatti T2 non contribuisce in alcun modo alla distorsione grazie alla sua idealità.
- La partizione all'ingresso fornisce $V_G\cong 8mV$, con $\tau=4.8ns$. T2 non aggiunge ritardo perché la sua capacità non deve essere caricata (polo e zero coincidenti).

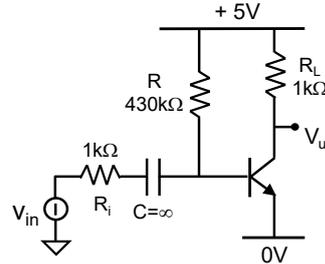


E 6.12 Con riferimento al circuito accanto (BJT con $\beta=300$, $C_{\mu}=0$ e $f_T=500\text{MHz}$):

a) costruire tramite ragionamento l'espressione della funzione di trasferimento v_u/v_{in} ;

b) disegnare in due grafici quotati l'andamento del modulo e della fase della funzione di trasferimento;

c) disegnare l'andamento nel tempo del segnale sul morsetto di uscita quando al circuito è applicato un gradino di tensione di ampiezza 5mV .

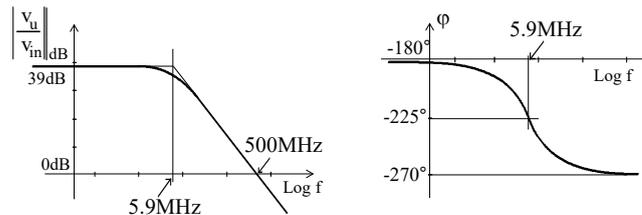


(a) - Dalla polarizzazione $I_C=3\text{mA}$, $V_u=2\text{V}$, $g_m=120\text{mA/V}$, $C_{\pi}=38\text{pF}$, $\beta/g_m=2.5\text{k}\Omega$. Il guadagno a media frequenza, $G(0)=-86$, e la costante di tempo della risposta, pari a $\tau=27\text{ns}$, quantificano la funzione di trasferimento

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \cdot \frac{\beta/g_m \parallel R}{R_i + \beta/g_m \parallel R} \cdot \frac{1}{1 + sC_{\pi}(R_i \parallel \beta/g_m \parallel R)} = G(0) \cdot \frac{1}{1 + s\tau}$$

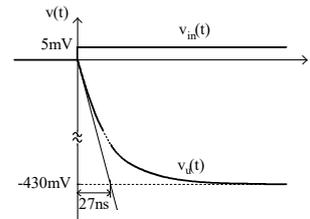
La resistenza R_i non solo partecipa alla definizione del valore del polo ma opera anche una partizione del segnale di ingresso, riducendone il guadagno. Ridurre R_i comporterebbe, pertanto, un miglioramento di entrambe le grandezze.

(b) - Il modulo e la fase della funzione di trasferimento evidenziano il comportamento del circuito come un filtro *passa-basso*.

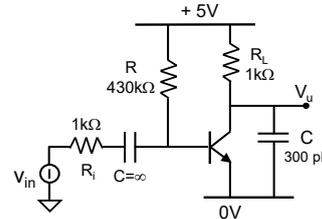


Tutti i segnali sinusoidali a frequenza inferiore a $f_p=1/2\pi\tau=5.9\text{MHz}$, sono trasmessi con circa la stessa amplificazione. Alle frequenze superiori, il tempo di carica della capacità di diffusione del transistor è invece maggiore del periodo del segnale, che quindi non riesce ad essere per intero trasferito alla Base. Il circuito è invertente alle basse frequenze (fase $+180^\circ$) mentre, alle alte frequenze, lo sfasamento tra ingresso ed uscita aumenta ulteriormente fino a 270° .

(c) - La risposta al gradino evidenzia la costante di tempo con cui il transistor reagisce alla istantanea sollecitazione del segnale all'ingresso.



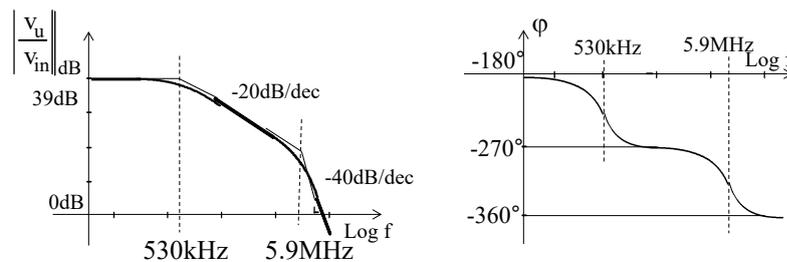
E 6.13 Si supponga di pilotare, con lo stesso circuito dell'esercizio precedente, un carico capacitivo di 300pF. Commentare come varia la funzione di trasferimento e disegnare il nuovo andamento nel tempo del segnale di uscita.



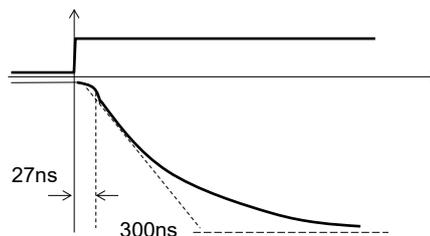
Le due capacità sono disaccoppiate e pertanto danno luogo a due costanti di tempo separate, una identica alla precedente ($\tau=27\text{ns}$) e l'altra pari a $\tau=R_L C_L=300\text{ns}$. L'espressione della funzione di trasferimento, trascurando il contributo di $R=430\text{k}$ che abbiamo visto essere marginale, è data dal prodotto delle singole funzioni di trasferimento e vale

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \cdot \frac{\beta/g_m}{R_i + \beta/g_m} \cdot \frac{1}{1 + sC_\pi (R_i \parallel \beta/g_m)} \cdot \frac{1}{1 + sC_L R_L}$$

Il nuovo polo, introdotto dalla rete di uscita, interviene quindi a frequenza più bassa (530kHz) ed è lui a restringere la banda passante del circuito ed a rallentare la risposta temporale. Ad elevata frequenza l'uscita tende a riportarsi in fase con l'ingresso, benchè enormemente attenuata. I relativi diagrammi di Bode sono i seguenti:

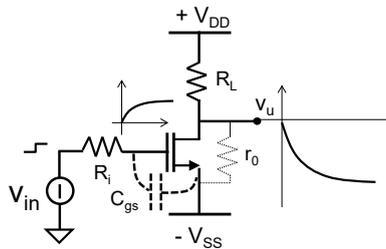


La risposta nel tempo ad un gradino all'ingresso parte più lentamente (con derivata nulla), si aggiusta in 27ns e poi tende al valore asintotico con costante di tempo di 300ns.



6.3.3 Effetto della resistenza di Early

L'uso di un transistoro inevitabilmente reale e quindi con una tensione di Early finita, ci porta a riflettere sugli effetti che la resistenza r_0 introduca sulla costante di tempo correlata a C_{gs} . Il circuito seguente evidenzia la presenza di r_0 nello schema di un possibile amplificatore.



Come si vede, la resistenza r_0 non è direttamente visibile dalla capacità C_{gs} (cioè la resistenza equivalente ai capi di C_{gs} non contiene r_0) e quindi **non modifica** la costante di tempo τ del circuito rispetto al valore calcolato nei paragrafi precedenti con il transistoro ideale. La presenza di r_0 cambia ovviamente la polarizzazione dell'amplificatore ed il suo guadagno in tensione, come già visto nei capitoli precedenti, e quindi cambia l'ampiezza asintotica dell'uscita ma non l'evoluzione temporale della risposta ad un segnale all'ingresso.

6.3.4 Amplificatore pilotato da un generatore di CORRENTE

Quando il segnale d'ingresso è meglio rappresentato da un **generatore reale di corrente** con resistenza equivalente R_i , il polo della funzione di trasferimento v_u / i_{in} è ancora legato alla costante di tempo della maglia in cui compare la capacità. Se ad esempio si considera il circuito a MOSFET della Fig.6.13, il polo ha una costante di tempo pari a $\tau = C_{sg} (1/g_m \parallel R_i \parallel R_2)$ ottenuta dal prodotto tra la capacità e la resistenza vista ai suoi capi. La funzione di trasferimento complessiva è quindi

$$\frac{v_u}{i_{in}} = \frac{R_i \parallel R_2}{\left(R_i \parallel R_2 + \frac{1}{g_m}\right)} \cdot R_L \cdot \frac{1}{1 + s C_{sg} \left(\frac{1}{g_m} \parallel R_i \parallel R_2\right)} \quad (6.10)$$

Si noti come in questo caso in cui compare esplicitamente $1/g_m$, la funzione di trasferimento dell'amplificatore avrebbe un polo ad una frequenza vicina alla f_T del transistoro scelto.

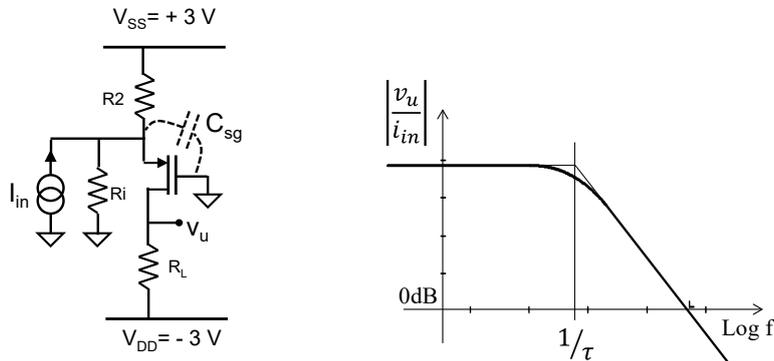


Fig. 6.13 Circuito pilotato da un generatore reale di corrente con resistenza equivalente R_i e diagramma di Bode del modulo del suo trasferimento tra ingresso ed uscita, nell'ipotesi di sola C_{sg} .

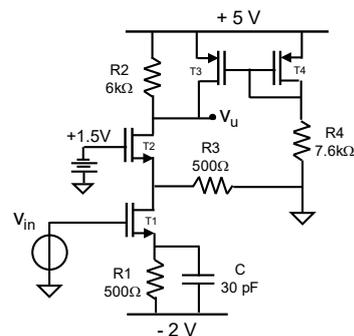
A fronte di un gradino di corrente, la tensione del Source salirebbe inizialmente linearmente (perché la corrente verrebbe integrata tutta sulla capacità) e poi sempre meno (perché una parte sempre maggiore della corrente fluirebbe nelle resistenze $R_i || R_2 || 1/g_m$) a formare una risposta esponenziale, con costante di tempo $\tau = C_{sg}(1/g_m || R_i || R_2)$.

Si noti che la funzione di trasferimento ha le dimensioni di una resistenza.

E 6.15

Si consideri l'amplificatore della figura accanto in cui i MOSFET abbiano $V_T=0.5V$, $k=1/2 \mu C_{ox}W/L=1mA/V^2$ e $V_A=\infty$.

- Calcolare la tensione DC dell'uscita.
- Calcolarne la funzione di trasferimento, il guadagno del circuito a bassa frequenza e disegnarne i diagrammi di Bode quotati;
- Tracciare la risposta nel tempo del segnale d'uscita ad un gradino positivo di tensione ampio 100mV all'ingresso.
- Aggiungere la capacità $C_{GS}=30pF$ a tutti i transistori. Calcolare la funzione di trasferimento del circuito, disegnarne i diagrammi di Bode quotati e tracciare l'andamento temporale della tensione d'uscita ad un gradino positivo ampio 100mV applicato all'ingresso.



- a) $V_u=+2V$. $g_{m1}=g_{m2}= 2mA/V$ ($1/g_{m1}=1/g_{m2}=500\Omega$).

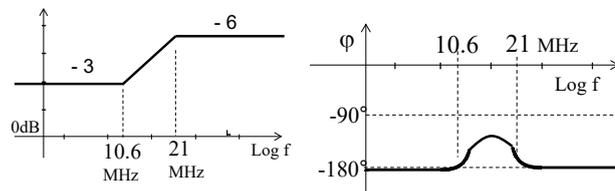
b) Svolgendo i calcoli analitici per trovare il trasferimento tra ingresso ed uscita si ottiene:

$$v_u(s) = - \frac{v_{in}(s)}{\frac{1}{g_{m1}} + R_1 \parallel \frac{1}{sC}} \cdot \frac{R_3}{\frac{1}{g_{m2}} + R_3} \cdot R_2$$

La T(s) può essere scritta come :

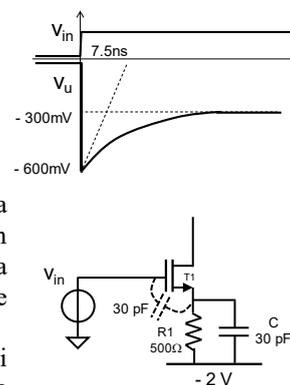
$$T(s) = - \frac{1}{\frac{1}{g_{m1}} + R_1} \cdot \frac{R_3}{\frac{1}{g_{m2}} + R_3} \cdot R_2 \cdot \frac{(1 + sCR_1)}{\left(1 + sCR_1 \parallel \frac{1}{g_{m1}}\right)}$$

Come previsto, la capacità C introduce una costante di tempo $\tau=C(R_1 \parallel 1/g_{m1})$ a cui corrisponde un polo a $f_p=21\text{MHz}$. Essa introduce anche uno zero quando l'impedenza data dal parallelo di R_1 e C diventa infinita cosicché la partizione di v_{in} dia un comando nullo a T1. In questo caso infatti qualunque sia l'ampiezza di v_{in} , la corrente prodotta da T1 sarebbe nulla, con ciò appunto evidenziando uno zero. Nel nostro caso esso è presente a $f_z=10.5\text{MHz}$.



Il risultato poteva essere prevista anche da una analisi qualitativa del circuito : a bassa frequenza guadagno meno perché il MOSFET è degenerato, ad alta frequenza guadagno di più perché il Source di T1 è tenuto fermo da C. In entrambi i casi saprei calcolarmi il guadagno!

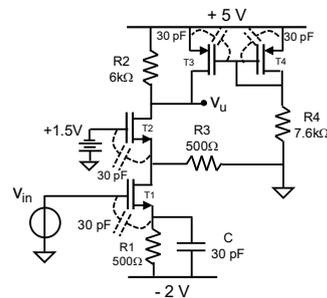
c) Sul fronte del gradino di tensione, la capacità C non cambia la tensione ai suoi capi, per cui tutti i 100mV del segnale cadono ai capi del MOSFET e lo pilotano istantaneamente. Quindi la corrente di Drain varierà istantaneamente, e così pure l'uscita. Poi, nel tempo, C si carica e quindi una frazione sempre minore di 100mV va effettivamente a comandare il transistor, fino alla situazione finale in cui solo metà dei 100mV vanno a comandarlo. La tempistica di questa evoluzione è dettata come sempre dal polo del circuito. Si noti che sul fronte sono ad alta frequenza e quindi guadagno -6, a regime sono a bassa frequenza e quindi guadagno -3.



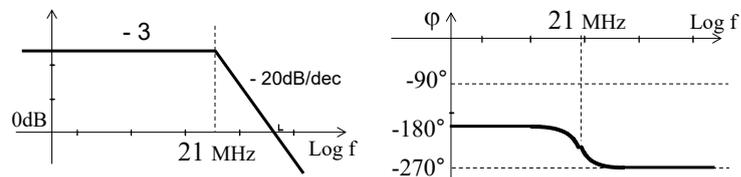
d) Mi concentro sul transistor T1 e noto che è un partitore compensato (vedi inserto qualche pagina indietro). Infatti si individua un polo a $\tau_p=(C_{gs}+C)(1/g_m \parallel R1)$, equivalente a $f_p=10.6\text{MHz}$ ed uno zero, come prima, a

$\tau_z = C \cdot R1$, equivalente a $f_z = 10.6 \text{ MHz}$, che quindi si elidono. Ciò vuol dire che sempre, cioè a tutte le frequenze, il comando del MOSFET è istantaneo e pari in questo caso a $v_{in}/2$!

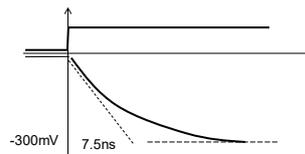
A questo punto interviene la C_{gs} del transistor T2, con il suo polo a 21 MHz. Ovviamente, le 2 capacità di T3 e T4 non condizionano il trasferimento, in quanto non sono lungo il cammino del segnale. Esse quindi non compaiono nella funzione di trasferimento !



$$T(s) = \frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -\frac{1}{2} g_{m1} \frac{R3}{R3 + 1/g_{m2}} R2 \frac{1}{1 + sC \cdot R3 \parallel 1/g_{m2}}$$



La risposta nel tempo è quindi :

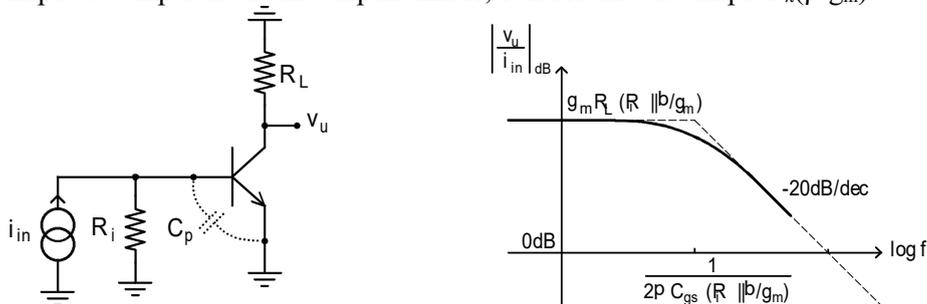


Trasferimento in un amplificatore a BJT

Se si considera il circuito a **BJT** della figura seguente, il polo ha una costante di tempo pari a $\tau = C_{\pi}(\beta/g_m \parallel R_i)$, ottenuta dal prodotto tra la capacità e la resistenza vista ai suoi capi. La funzione di trasferimento complessiva è quindi

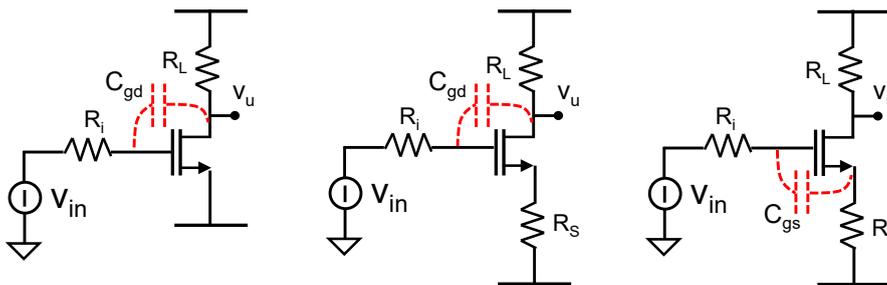
$$\frac{v_u}{i_{in}} = -(R_i \parallel \beta/g_m) \cdot g_m R_L \cdot \frac{1}{1 + sC_{\pi}(R_i \parallel \beta/g_m)}$$

Si noti che se il generatore di corrente fosse ideale ($R_i = \infty$), la funzione di trasferimento dell'amplificatore avrebbe un polo ad una frequenza β volte minore della f_T del transistor scelto. A fronte di un gradino di corrente, la tensione della Base salirebbe inizialmente linearmente (perché la corrente verrebbe integrata tutta sulla capacità) e poi sempre meno (perché una parte sempre maggiore della corrente fluirebbe nella resistenza β/g_m) a formare una risposta complessivamente esponenziale, con costante di tempo $C_{\pi}(\beta/g_m)$.



6.4 AMPLIFICATORI CON SINGOLA CAPACITÀ' TRA DUE NODI CHE SI SPOSTANO IN TENSIONE

Analizziamo ora il comportamento in frequenza degli amplificatori quando sia presente una capacità che, diversamente da quanto visto fino ad ora, sia posta tra **due punti del circuito che, entrambi, si spostano in tensione**. Ci stiamo riferendo ad esempio ai tre casi della figura seguente, in cui appunto la capacità non ha un capo fisso come visto fino ad ora, ma si trova tra due nodi tra i quali c'è un guadagno di tensione.



Questo paragrafo vuole analizzare in dettaglio queste situazioni e fornire un metodo per calcolare con precisione la resistenza vista dalla capacità in modo da ottenere con precisione il polo del circuito. Per ognuna di esse vorremo anche calcolare l'eventuale zero presente a seconda del punto dove è presa l'uscita e calcolare la complessiva funzione di trasferimento.

6.4.1 Source (Emettitore) comune pilotato da un generatore di tensione ideale : sola capacità C_{gd} (C_{μ})

Facciamo riferimento al circuito della Fig.6.14 in cui il segnale è erogato da un **generatore ideale di tensione** con resistenza interna nulla (notate che in questo caso se anche ci fosse la capacità C_{gs} (C_{π}) essa non modificherebbe il comportamento perché essa vedrebbe una resistenza nulla ai suoi capi !).

Analizziamo il comportamento dell'amplificatore nel **dominio del tempo** :

- sul fronte positivo del gradino di ingresso, l'uscita necessariamente deve salire della stessa quantità. Infatti la carica in C_{gd} non può cambiare istantaneamente e quindi neppure può cambiare istantaneamente la tensione ai suoi capi, con la conseguenza che se un capo è mosso di v_{in} anche l'altro si deve muovere di v_{in} .
- Passato l'istante iniziale, la corrente di Drain del MOSFET estrae carica positiva dall'armatura di destra del condensatore e porta V_u verso il basso con

una evoluzione temporale dettata dalla **costante di tempo del circuito** data semplicemente da $\tau_p = C_{gd}R_L$ ($\tau_p = C_{\mu}R_L$ nel caso del BJT).

Infatti, disattivato il generatore forzante, il Gate del transistor è a massa su segnale e la resistenza vista dalla capacità C_{gd} (C_{μ}) è solo R_L (o eventualmente $R_L || r_0$ se la resistenza di uscita del transistor non fosse trascurabile)

Prima di scrivere la funzione di trasferimento facciamo le seguenti considerazioni.

Guadagno a bassa frequenza $G(0)$.

Notiamo che a bassa frequenza, quando C_{gd} ha sempre tutto il tempo per aggiornare la carica sui suoi piatti (si dice che la capacità è un circuito aperto), il comando del transistor è pari a v_{in} e la corrente corrispondentemente richiamata in uscita è $i_u = g_m v_{in}$. Quindi il trasferimento in continua ($s=0$) risulta pari a $G(0) = -g_m R_L$. (Otterremo lo stesso risultato anche se ci fosse un BJT al posto del MOSFET).

Determinazione del polo : immediata data la semplicità della costante di tempo.

Determinazione dello zero. Lo zero, se esiste, è alla frequenza complessa "s" che rende nullo il trasferimento di segnale all'uscita ($v_u(s)=0$). Affiché questo si verifichi bisogna che non passi corrente in R_L ($V_d=0$) e che quindi la corrente di segnale iniettata dal Gate verso l'uscita attraverso la capacità ($i = v_{in}/(1/sC_{gd})$) sia esattamente pari a quella prelevata dal Drain del MOSFET per effetto dello stesso segnale v_{in} , ovvero

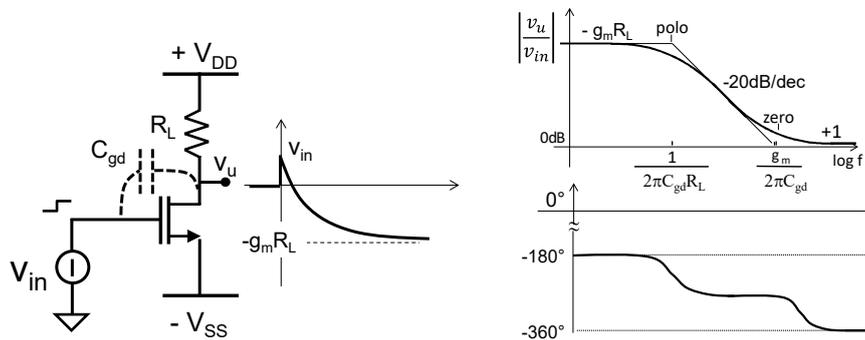
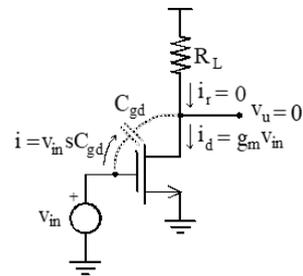


Fig. 6.14 *Stadio Source comune pilotato idealmente e con solo la C_{gd} . Il guadagno passa da un valore negativo a bassa frequenza ad un valore positivo ad alta frequenza. Ciò si riflette nella fase che necessariamente deve cambiare di 180° . Con solo una capacità dovrà esserci uno zero positivo.*

$$\frac{V_g}{1/sC_{gd}} = g_m V_g$$

Questa eguaglianza è verificata per la frequenza complessa $s = g_m / C_{gd}$ che individua quindi lo **zero reale positivo** della funzione di trasferimento. Esso è posto nel semipiano destro del piano di Gauss, e sfasa il segnale di ingresso di ulteriori 90° , producendo lo stesso effetto sullo sfasamento del segnale di quello di un polo, giustificando così il cambio di segno del segnale nel tempo all'uscita pur in presenza di una sola capacità.

La **funzione di trasferimento** del circuito della Fig.6.14 può essere calcolata impostando il bilancio di corrente al nodo dell'uscita :

$$\frac{v_{in}(s) - v_u(s)}{1/sC_{gd}} - \frac{v_u(s)}{R_L} = v_{in}(s) \cdot g_m$$

Risolta, essa diventa :

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \cdot \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{1 + sC_{gd}R_L} \quad (6.11)$$

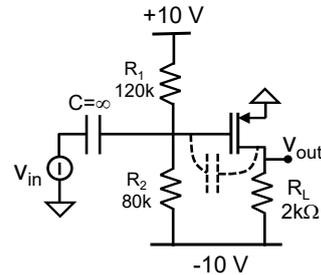
ritrovando tutti i termini delle considerazioni fatte prima.

Considerazioni intuitive. Nei diagrammi di Bode della Fig.6.14 notiamo che la funzione di trasferimento dovrà avere uno zero perché il trasferimento $v_u(s)/v_{in}(s)$ ha due valori asintotici finiti di guadagno: a bassa frequenza è $G(0) = -g_m R_L$; ad alta frequenza l'impedenza di C_{gd} tende ad essere infinitesima e pertanto il segnale di tensione tende ad essere trasferito invariato direttamente all'uscita, per cui $G(\infty) = +1$.

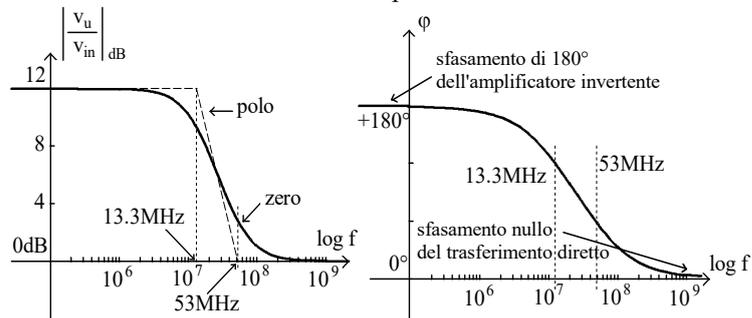
Tentando di disegnare il diagramma di Bode del modulo del guadagno, è facile concludere che il raccordo tra i due valori asintotici del trasferimento impone che ci sia anche uno zero.

Per quanto riguarda la fase, si noti che a bassa frequenza il guadagno è negativo mentre ad alta frequenza il guadagno è positivo. La fase deve pertanto variare di 180° , operazione possibile solo se lo zero introduce uno sfasamento equiverso a quello del polo, cioè se lo zero è positivo.

E 6.16 Calcolare la funzione di trasferimento v_{out}/v_{in} del circuito accanto e disegnarne i diagrammi di Bode del modulo e della fase del trasferimento. Il MOSFET abbia $|V_T|=1V$, $k=1mA/V^2$, $C_{gd}=6pF$, $f_T=100MHz$



La polarizzazione è: $V_{SG}=2V$, $I_D=1mA$ e $g_m=2mA/V$. Il guadagno a bassa frequenza è $G=-g_m(R_L||r_o)=-4$ (12dB), il polo è posto a $f_p=13.3MHz$ e lo zero a $f_z=53MHz$. L'andamento con la frequenza del guadagno e dello sfasamento tra ingresso ed uscita evidenziano una banda passante di circa 13MHz.



Si noti come lo zero positivo non alteri la costruzione del modulo della funzione di trasferimento rispetto a quando lo zero è negativo, ma cambia lo sfasamento.

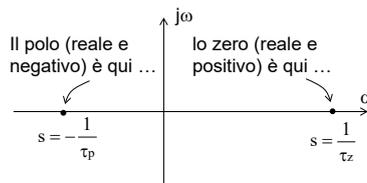
ZERO POSITIVO (a destra nel piano di Gauss)

Una funzione di trasferimento con zero positivo ha ad esempio la forma (6.11) :

$$T(s) = -g_m R_L \frac{1 - s C_{gd} / g_m}{1 + s C_{gd} R_L}$$

Lo zero è positivo perchè per azzerare la funzione di trasferimento bisogna che sia $s = g_m / C_{gd}$, appunto positivo !

Nel piano di Gauss, il polo e lo zero sarebbero posti sull'asse delle ascisse come nella figura seguente, perchè entrambi reali:



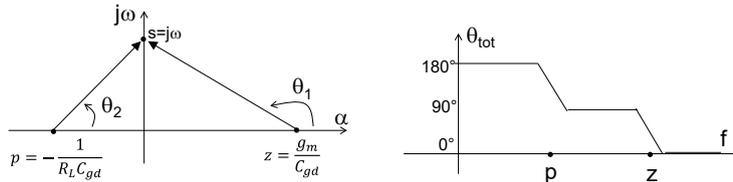
Lo zero positivo ha effetto nel definire lo sfasamento tra la sinusoide applicata all'ingresso e quella prodotta all'uscita del circuito. Per capirlo, riscriviamo la T(s) nella forma :

$$T(s) = -g_m R_L \frac{1 - s \tau_z}{1 + s \tau_p} = -g_m R_L \frac{\tau_z}{\tau_p} \cdot \frac{(-) \left(s - \frac{1}{\tau_z} \right)}{\left(s - \left(-\frac{1}{\tau_p} \right) \right)}$$

Allo spostarsi del punto $s=j\omega$ lungo l'asse "jω" del piano complesso, vale a dire al variare della frequenza $\omega=2\pi f$, l'argomento della T(s), che è lo sfasamento cercato, è rappresentato dagli angoli che i vettori formano con l'asse orizzontale orientato (attenzione ai 2 segni "--" che si cancellano):

$$\begin{aligned} \arg(T(j\omega)) &= \arg(g_m R_L \tau_z / \tau_p) + \arg\left(j\omega - \frac{1}{\tau_z}\right) - \arg\left(j\omega - \left(-\frac{1}{\tau_p}\right)\right) \\ &= 0^\circ + \theta_1 - \theta_2 \end{aligned}$$

come illustrato nella figura seguente dove θ_1 è maggiore di $\pi/2$ per zeri reali positivi come in questo caso.



Notare che la lunghezza del vettore non cambierebbe per zeri positivi o negativi, e quindi il modulo del diagramma di Bode è lo stesso nei due casi !

E 6.17 Visualizzare l'andamento della funzione di trasferimento dell'esercizio precedente nel piano di Gauss invece che con i diagrammi di Bode.

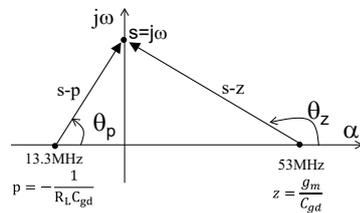
Può essere comodo riscrivere la (6.11) nella seguente forma :

$$T(s) = \frac{V_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \frac{1 - s\tau_z}{1 + s\tau_p} = g_m R_L \frac{\tau_z}{\tau_p} \cdot \frac{\left(s - \frac{1}{\tau_z}\right)}{\left(s - \left(-\frac{1}{\tau_p}\right)\right)}$$

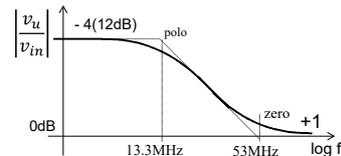
così da avere bene in forma letterale i vettori che congiungono s con il polo e lo zero. Per quanto riguarda il **modulo** di T(s), considero:

$$\left| \frac{V_u(s)}{v_{in}(s)} \right| = \left| g_m R_L \frac{C_{gd}/g_m}{C_{gd}R_L} \right| \cdot \frac{\left| \left(s - \frac{1}{\tau_z}\right) \right|}{\left| \left(s - \left(-\frac{1}{\tau_p}\right)\right) \right|} = \frac{\left| \left(s - \frac{1}{\tau_z}\right) \right|}{\left| \left(s - \left(-\frac{1}{\tau_p}\right)\right) \right|}$$

dove il numeratore ed il denominatore corrispondono, rispettivamente, alla lunghezza del vettore congiungente il punto $s=j\omega$ con lo zero ed a quella del vettore congiungente il punto $s=j\omega$ con il polo, come illustrato nella figura:



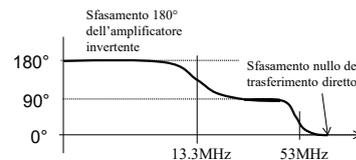
Allo spostarsi del punto $s=j\omega$ verticalmente lungo l'asse delle ordinate, vale a dire al variare della frequenza, il rapporto tra le lunghezze dei due vettori fornisce il modulo del guadagno alla pulsazione ω . Ad esempio, quando si opera in continua ($\omega=0$), la lunghezza dei due vettori è $|z|=53\text{MHz}$ e $|p|=13.3\text{MHz}$, ed il loro rapporto è proprio il valore 4 trovato precedentemente. Ad $\omega=\infty$ invece i due segmenti tendono a diventare uguali per cui il loro rapporto è unitario (0dB).



L'**argomento** della (6.11) è rappresentato dagli angoli che i vettori formano con l'asse orizzontale orientato:

$$\arg(T(j\omega)) = \arg(1) + \arg\left(j\omega - \frac{1}{\tau_z}\right) - \arg\left(j\omega - \left(-\frac{1}{\tau_p}\right)\right) = 0^\circ + \theta_z - \theta_p$$

Quando si opera in continua ($\omega=0$) $\theta_z=180^\circ$ mentre $\theta_p=0^\circ$ per cui lo sfasamento totale è 180° . Ad $\omega=\infty$ invece i due segmenti tendono a diventare paralleli in verticale con angoli $\theta_z=90^\circ$ e $\theta_p=90^\circ$ per cui lo sfasamento totale diventa 0° .

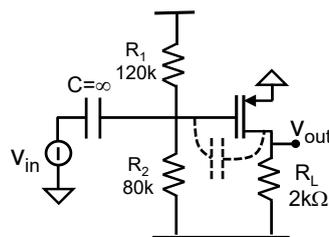


NOTE AVANZATE di PROGETTO (1)

Come deve essere un circuito per guadagnare sempre lo stesso valore a tutte le frequenze ma cambiare di segno da una certa frequenza in poi ?

Con linguaggio più tecnico : Come si progetta un **circuito sfasatore puro** ?

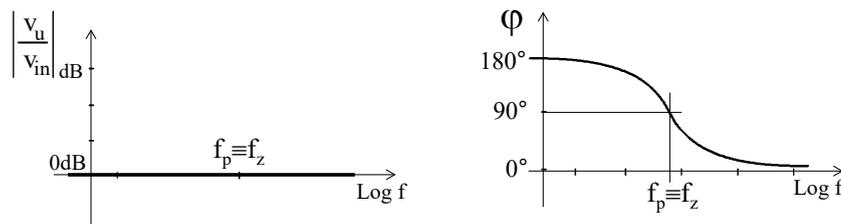
Se riflettete sulla espressione (6.11) e sulla sua rappresentazione vettoriale, ciò potrà succedere quando lo zero ed il polo hanno lo stesso valore in modulo. Prendiamo ad esempio il circuito già visto nell'Es. 6.16 :



Per spostare lo zero verso il polo si può diminuire la transconduttanza del MOSFET cambiandone la polarizzazione o spostare il polo verso lo zero diminuendo il valore della resistenza di carico, R_L .

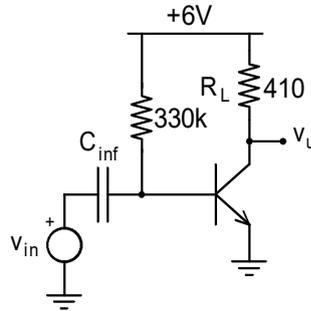
Quando il polo e lo zero coincidono il guadagno è sempre pari ad 1 !

Per quanto riguarda l'andamento della fase, in corrispondenza della frequenza delle due singolarità coincidenti, lo sfasamento φ è pari a 90° .



Circuiti di questo tipo, in cui il guadagno in modulo è sempre 1 mentre al variare della frequenza cambia solo la fase tra i segnali di ingresso e di uscita, sono chiamati **circuiti sfasatori puri**.

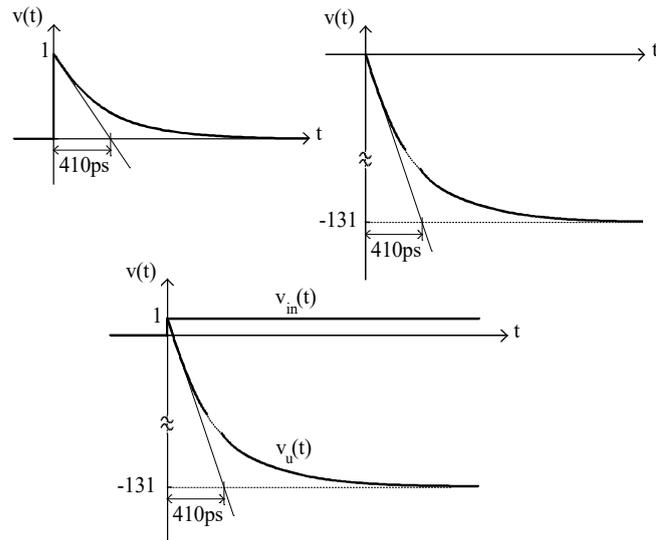
E 6.18 Disegnare l'andamento temporale del segnale di tensione al morsetto di uscita del seguente circuito, quando all'ingresso è applicato un gradino di tensione d'ampiezza $A=1mV$. Il BJT abbia $\beta=500$ e $C_{\mu}=1pF$.



La polarizzazione fornisce $I_C=8mA$ e $g_m=320mA/V$. Quindi $\tau_z=3ps$, $\tau_p=0.4ns$. Il segnale di uscita è ottenibile dalla (9.10) ponendo $v_{in}(s)=A/s$. L'espressione può essere riscritta nella seguente forma

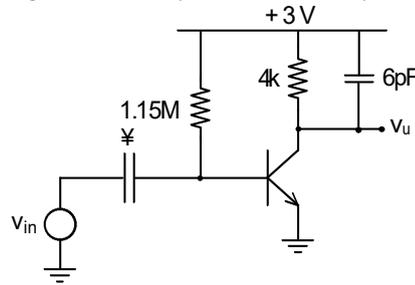
$$v_u = \frac{A \cdot C_{\mu} R_L}{1 + s C_{\mu} R_L} - \frac{A}{s} \cdot \frac{g_m}{C_{\mu}} \cdot \frac{C_{\mu} R_L}{1 + s C_{\mu} R_L} = a(t) - b(t)$$

i cui singoli addendi e la risposta complessiva sono rappresentati graficamente nella figura seguente.



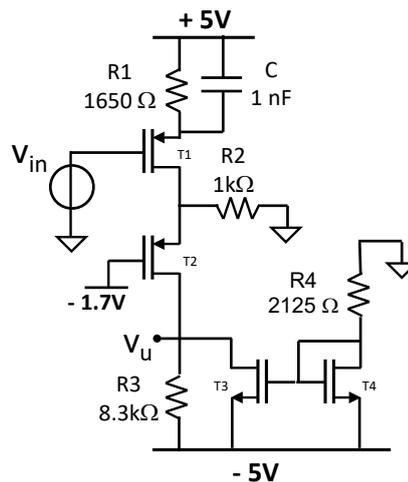
Come ci si aspetta, sul fronte il trasferimento è unitario, mentre quando l'ingresso si è stabilizzato al livello stazionario, l'uscita è invertita e lo stadio guadagna $G=-g_m R_L$.

E 6.19 Si consideri il seguente circuito a BJT ($\beta=100$, $r_o=80k\Omega$, $C_{\mu}=0.3pF$, $f_T=700MHz$), il cui carico mostra non solo una componente resistiva ma anche una componente capacitiva rappresentata da $C_L=6pF$. Determinare i poli e gli zeri della funzione di trasferimento.



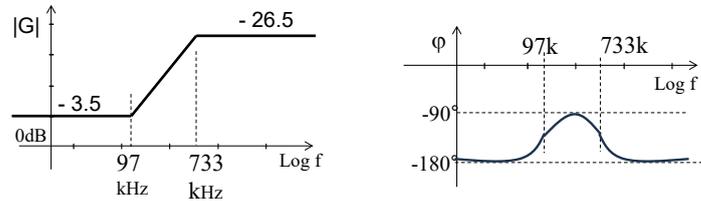
La polarizzazione del dispositivo determina $1/g_m=125\Omega$ e $V_u\cong+2.1V$. Benché vi siano 3 capacità di valore finito, nella schematizzazione analizzata si ha un solo polo. Infatti, la capacità $C_{\pi}=1.5pF$ è cortocircuitata, sul segnale, dal generatore di tensione; C_{μ} e C_L sono componenti in serie lungo una maglia e pertanto non sono tra loro indipendenti (fissata la tensione ai capi dell'una è fissata la tensione anche ai capi dell'altra). Spento il generatore di segnale, la carica accumulata sui due condensatori può scaricarsi attraverso R_L ed r_o , con una costante di tempo $\tau=(R_L||r_o)(C_{\mu}+C_L)=24ns$ a cui corrisponde una frequenza $f_p=6.6MHz$. Lo zero invece interviene alla frequenza $f_z=4.2GHz$. La capacità C_L non ha effetto sullo zero. Infatti, ritornando a considerare la Fig.9.13, ci si può facilmente rendere conto che una capacità in parallelo al morsetto di uscita non interviene nel bilancio tra la corrente erogata sul segnale dal transistor e la corrente che attraversa C_{μ} per avere $v_u=0$.

- E 6.20** Il circuito della figura sotto utilizza MOSFET con $V_T=0.7V$, $k=2mA/V^2$ e curve caratteristiche ideali ($V_a=\infty$)
- Calcolare la tensione d'uscita in assenza di segnale all'ingresso.
 - Tracciare il diagramma di Bode (modulo e fase) del guadagno $G=V_u(s)/V_{in}(s)$ quando siano trascurabili le capacità parassite dei transistori.
 - Tracciare la risposta nel tempo del circuito ad un gradino di tensione positivo ampio $10mV$.
 - Calcolare la distorsione di seconda armonica all'uscita V_u quando all'ingresso è applicata una sinusoide a $1kHz$ ed ampiezza $100mV$.
 - Tracciare il diagramma di Bode (modulo e fase) del guadagno $G=V_u(s)/V_{in}(s)$ quando, in aggiunta alla $C=1nF$ di bypass, ci sia anche la capacità $C_{gd}=0.1pF$ del transistorore T2.
 - Tracciare la risposta nel tempo del circuito in questa nuova situazione ad un gradino di tensione positivo ampio $10mV$.
 - Tracciare il diagramma di Bode (modulo e fase) del guadagno $G=V_u(s)/V_{in}(s)$ quando, in aggiunta alla $C=1nF$ di bypass ed alla capacità $C_{gd}=0.1pF$ del transistorore T2, ci sia anche la capacità $C_{gd}=0.1pF$ del transistorore T1.
 - Calcolare la massima ampiezza di una sinusoide V_{in} alla frequenza di $1kHz$ e quella alla frequenza di $50MHz$ applicabile al circuito.

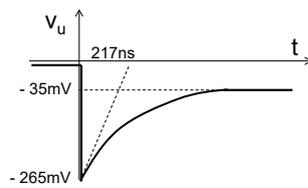


- a) $V_u \cong -1.8V$, $1/g_{m1}=1/g_{m2}=250\Omega$, $I_{T4} \cong 1.6mA$

b)

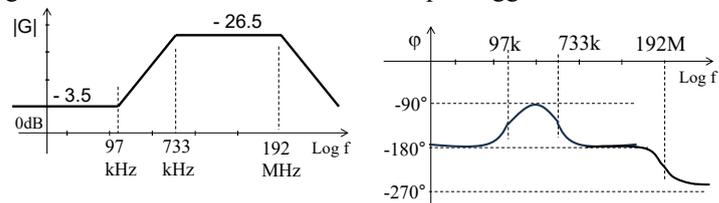


c)



d) $HD2=0.04\%$

e) La C_{gd} del transistor T2 introduce solo un polo aggiuntivo a $f=192\text{MHz}$.



f) La corrente proveniente da T1 e T2 ha l'andamento temporale visto al punto c). Il corrispondente spostamento della tensione V_u rispetto a prima ha una costante di tempo di aggiornamento di 0.8ns . Dato il valore molto piccolo rispetto a 217ns praticamente non si nota e quindi possiamo disegnare l'andamento nel tempo come nel punto c). Se la τ del polo fosse stata non trascurabile, invece di avere un gradino istantaneo all'uscita si sarebbe visto un aggiornamento della tensione di uscita lento come τ .

6.4.2 Source (Emettitore) comune pilotato da un generatore di tensione reale : sola capacità C_{gd} (C_{μ})

Vediamo il caso di un amplificatore Source (Emettitore) a massa pilotato da una sorgente con resistenza di uscita, R_i , finita (Fig.6.15) :

- i) il **guadagno** in DC è sempre pari a $G(0)=-g_m R_L$;
- ii) il **valore dello zero** è identico a quello calcolato nel paragrafo precedente. Infatti per calcolarlo faccio sempre riferimento alla tensione al Gate, v_g :

$$\frac{v_g}{1/sC_{gd}} = g_m v_g$$

Questa eguaglianza è verificata anche ora per la frequenza complessa $s=g_m/C_{gd}$ che individua quindi lo **zero reale positivo** della funzione di trasferimento.

- iii) la **risposta nel tempo** ad un gradino positivo di ingresso è qualitativamente simile a quella trovata per il circuito della Fig.6.14. Cambia l'ampiezza della salita iniziale, ora pari a

$$v_u(0+) = v_{in} \frac{1/g_m \parallel R_L}{R_i + 1/g_m \parallel R_L}$$

perché sul fronte del gradino la capacità si comporta da cortocircuito ed il transistor mostra una impedenza pari a $1/g_m$ in parallelo ad R_L .

- iv) la **resistenza vista ai capi della capacità C_{gd}** è calcolata sostituendo alla capacità un generatore di sonda di corrente e calcolando la corrispondente variazione di tensione tra i due punti A e B, come mostrato

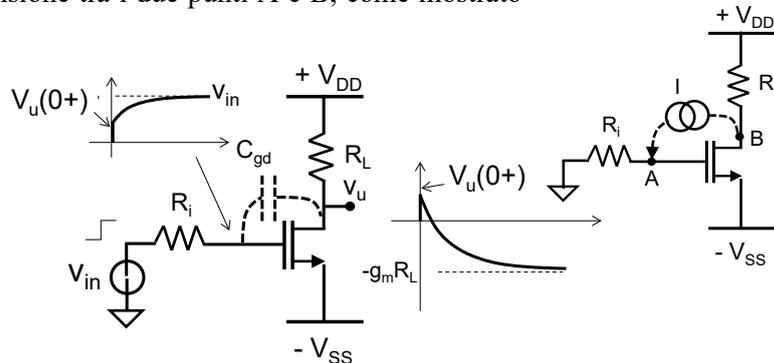


Fig. 6.15 *Stadio Source comune alimentato con un generatore di tensione reale, in cui sia presente solo la capacità C_{gd} . Sono disegnate la risposta nel tempo del Gate del MOSFET e dell'uscita nel caso di un gradino di tensione all'ingresso.*

nella figura accanto. La resistenza cercata non sarà altro che $Z=(V_A-V_B)/I$. Poiché entrambi i punti A e B si spostano in tensione, è necessario impostare il sistema di bilancio ai due nodi A e B:

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ \frac{-V_B}{R_L} = I + g_m \cdot V_A \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_L + I \cdot g_m \cdot R_L \cdot R_i$$

ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = R_i(1 + g_m \cdot R_L) + R_L \quad (6.12)$$

La **costante di tempo del polo introdotto dalla capacità C_{gd}** sarà quindi

$$\tau = C_{gd} \cdot [R_i(1 + g_m \cdot R_L) + R_L] \quad (6.13)$$

Essa è ben diversa dal semplice prodotto tra C_{gd} e le resistenze fisiche R_i ed R_L del circuito, per via della presenza del transistor che attivamente produce correnti aggiuntive. La presenza del transistor si manifesta nel termine moltiplicativo della R_i dato da $(1+g_m R_L)$ in cui riconosciamo il guadagno di tensione $G=-g_m R_L$ tra A e B.

Se R_i fosse nulla, il piatto del condensatore verso il generatore di segnale potrebbe caricarsi istantaneamente ma è costretto ad aspettare l'arrivo di carica sul piatto di destra che invece è limitato dalla resistenza vista nel nodo B pari a R_L . Questo termine limitante è quello che compare come addendo nell'equazione (6.13) della costante di tempo, rendendola in questo modo di validità generale.

Il valore della costante di tempo (6.13) del circuito è in genere elevato e proporzionalmente più grande quanto più il circuito guadagna. Questo è spiacevole: se cercassi di guadagnare dieci volte di più (ad esempio con g_m dieci volte più grande) mi ritroverei con un amplificatore con una banda passante circa dieci volte più piccola! Si dice che in questi casi il **prodotto guadagno x banda (GBWP: Gain Bandwidth Product)** del circuito è **costante**.

iv) La **funzione di trasferimento** dell'amplificatore della Fig.6.15 può essere calcolata facendo i bilanci di corrente ai nodi di Gate e di Drain, adottando la legge di Ohm generalizzata per l'impedenza della capacità come $1/sC$:

$$\begin{cases} \frac{v_{in}(s) - v_g(s)}{R_{in}} = \frac{v_g(s) - v_u(s)}{1/sC_{gd}} \\ \frac{v_g(s) - v_u(s)}{1/sC_{gd}} - \frac{v_u(s)}{R_L} = v_g(s) \cdot g_m \end{cases}$$

Risolto il sistema ed accorpati i termini in modo da scrivere la T(s) nella usuale forma canonica

$$T(s) = T(0) \cdot \frac{1 \pm zero}{1 + polo}$$

si ottiene

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \cdot \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{1 + sC_{gd}[R_i(1 + g_m \cdot R_L) + R_L]} \quad (6.14)$$

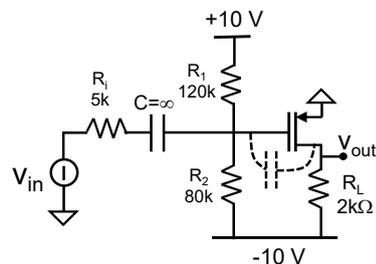
ritrovando tutti i termini discussi prima.

v) Conviene allenarsi a formulare T(s) senza passare attraverso il sistema di bilancio, semplicemente sostituendo T(0), lo zero ed il polo con le espressioni già ricavate in maniera indipendente.

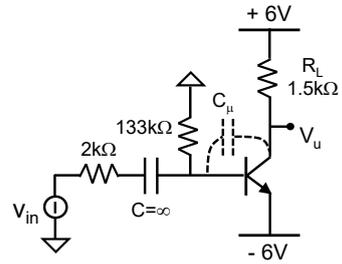
Quando si analizza l'analogo **amplificatore a BJT**, il calcolo è identico e le considerazioni sono le stesse, avendo cura di considerare la presenza della resistenza β/g_m tra Base e massa, ottenendo quindi

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -\frac{\beta/g_m}{R_i + \beta/g_m} g_m R_L \cdot \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{1 + sC_{gd}[R_i \parallel \beta/g_m(1 + g_m \cdot R_L) + R_L]} \quad (6.15)$$

E 6.21 Ricalcolare la funzione di trasferimento v_u/v_{in} del circuito di E 9.8 (MOSFET con $|V_T|=1V$, $k=1mA/V^2$, $C_{gd}=6pF$, $f_T=100MHz$) in cui ora il generatore di segnale abbia resistenza di uscita di $5k\Omega$. Confrontare la banda dei due circuiti.



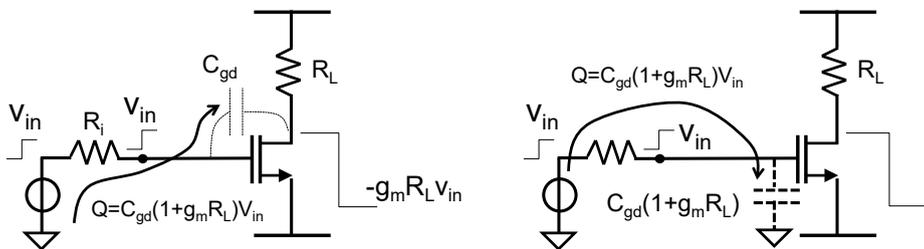
E 6.22 Calcolare la funzione di trasferimento del circuito accanto che utilizza un BJT con $\beta=100$ e $C_{\mu}=4\text{pF}$ e disegnare l'andamento nel tempo del segnale di uscita ad un gradino di ingresso ampio 10mV .



EFFETTO di AMPLIFICAZIONE DELLA CAPACITA' DI PONTE

Per intuire il motivo per cui la τ abbia la forma (6.13), si pensi alla variazione della carica accumulata sulle armature di C_{gd} quando lo stadio è forzato da un segnale a gradino di tensione v_{in} . Con riferimento alla Fig.6.16, esaurito il transitorio di carica della capacità, il potenziale del morsetto di Gate sarà aumentato di v_{in} mentre il potenziale del morsetto di Drain sarà diminuito della quantità $g_m R_L v_{in}$. Si sarà quindi generata una grande variazione effettiva di tensione ai capi di C_{gd} pari a $\Delta V_c = v_{in} + g_m R_L v_{in}$. Pertanto sulle armature di C_{gd} la variazione di carica è stata grande e pari a $Q = (1 + g_m R_L) v_{in} C_{gd}$. Questa carica deve essere fornita dal generatore di tensione v_{in} .

Questa è la stessa carica che v_{in} erogherebbe ad una capacità ben più grande di C_{gd} e pari a $C_{eq} = (1 + g_m R_L) C_{gd}$ posta tra Gate e massa (Fig.6.16 a destra). Ci si attende, quindi, che la capacità C_{gd} contribuisca alla costante di tempo associata alla rete di ingresso con un termine del tipo $(1 + g_m R_L) C_{gd} R_i$, come effettivamente ci viene detto dalla (6.13).



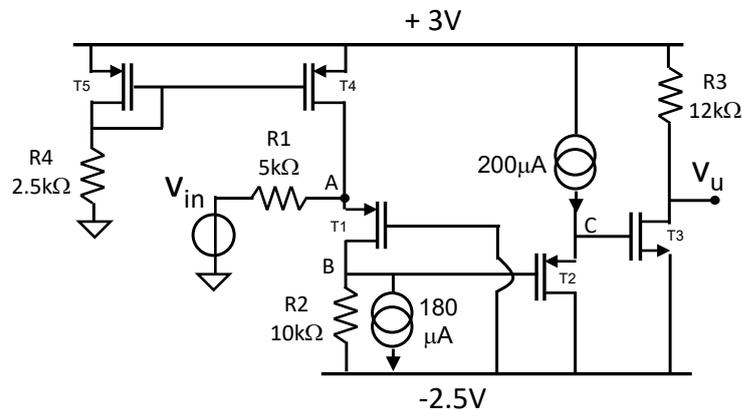
Visualizzazione (a sinistra) della quantità di carica che deve essere messa sui piatti della capacità C_{gd} per assicurare il previsto guadagno di tensione tra ingresso ed uscita. A destra è riportato l'equivalente circuito in cui la stessa carica è fornita da V_{in} ma su una capacità verso massa.

Poiché $g_m R_L$ corrisponde al guadagno G tra Gate e Drain, si può scrivere la (6.13) nel modo generale seguente :

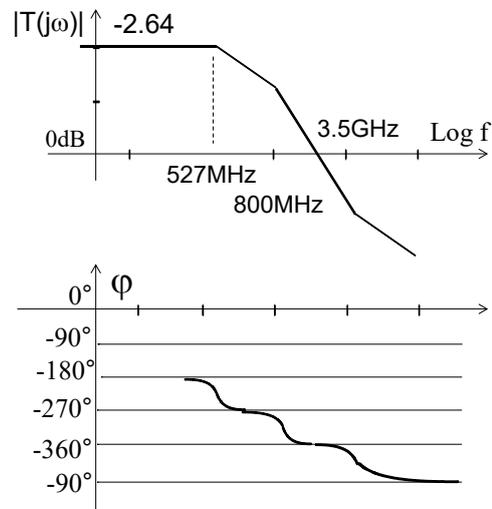
$$\tau = C_{gd} \cdot [R_i(1 - G) + R_L]$$

- Per rendere più veloce un amplificatore cosiffatto bisogna i) progettare bene lo stadio precedente in modo che R_i sia la più piccola possibile e ii) non esagerare con il suo guadagno G di tensione !
 iii) Oppure anche ... (vedi §9.4).

- E 6.23** L'amplificatore seguente utilizza MOSFETs aventi $V_T=0.5V$, $k=1/2\mu C_{ox}W/L=50\mu A/V^2$ e curve caratteristiche ideali ($V_A=\infty$).
- Polarizzare il circuito e calcolare la tensione stazionaria V_U del nodo di uscita.
 - Calcolare il guadagno per piccolo segnale $G_{tot}=v_u/v_{in}$ del circuito ed i guadagni parziali $G_1=v_B/v_{in}$ e $G_2=v_C/v_B$
 - Calcolare la massima ampiezza positiva di un segnale V_{in} applicabile al circuito. Riflettere su quale sia il transistor (T1, T2 o T3 ?) che esce prima dalla saturazione e perché
 - Calcolare la banda passante del circuito nel caso in cui la capacità $C_{gd}=10fF$ dei soli tran-sistori T1, T2 e T3 non sia trascurabile. In particolare calcolare i poli e gli zeri del circuito e disegnare i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento.



- T1, T2, T4 e T5 hanno $I_D=200\mu A$ ed $1/g_m=5k\Omega$; T3 ha $I_D=242\mu A$ e $g_m=220\mu A/V$. Ne risulta che $V_u\approx 0.1V$.
- $G_{tot}=-2.64$
- $V_{in+}|_{max}\approx 110mV$. T1 limiterebbe a 300mV, T2 non pone limiti.
- Le capacità di T1 e T2 sono tra loro in parallelo. Esse hanno uno dei due capi a massa per cui la loro analisi è immediata e danno $f_p=800MHz$. La capacità di T3, che non interagisce con le prime due, è invece a ponte e dà $f_{p1}=527MHz$ ed uno zero destro a $f_z=3.5GHz$. La funzione di trasferimento avrà quindi i seguenti andamenti :



I grafici mostrano quanto velocemente la fase tra il segnale di ingresso e quello di uscita cambi quando la frequenza di lavoro arriva ai valori attorno al GHz, esaltata dalla natura dello zero del circuito.

6.4.3 Effetto della resistenza di Early

Se ora considerassimo la presenza della resistenza r_0 nel transistor, come nella Figura 6.16, gli aspetti fondamentali analizzati fino ad ora del comportamento dell'amplificatore non verrebbero modificati.

Naturalmente cambieranno i due guadagni asintotici sia per la presenza di r_0 in parallelo a R_L sia per il diverso valore di g_m che ora deve tener conto della diversa polarizzazione. La presenza di r_0 modifica anche la costante di tempo.

Complessivamente quindi i due addendi della (6.13) vengono modificati nel seguente modo : nel primo addendo viene modificato il guadagno di tensione direttamente ai capi della capacità C_{gd} , ora pari a $(g_m R_L || r_0)$; nel secondo addendo viene modificato il carico passivo visto dal piatto di destra della capacità, ora $(R_L || r_0)$. La costante di tempo τ ha quindi la seguente espressione :

$$\tau = C_{gd} \cdot [R_i(1 + g_m \cdot R_L || r_0) + R_L || r_0]$$

e nel suo complesso la funzione di trasferimento assume la seguente espressione :

$$T(s) = \frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L || r_0 \cdot \frac{1 - s C_{gd} / g_m}{1 + s C_{gd} [R_i(1 + g_m \cdot R_L || r_0) + R_L || r_0]}$$

Lo zero non è cambiato nella forma rispetto alla (6.14) perché la condizione di $v_u=0$ esclude r_0 . Lo zero cambierà in valore perché g_m sarà diversa.

La presenza della resistenza r_0 non ha quindi modificato il comportamento globale del circuito ma ha solo modificato il valore dei suoi termini caratteristici.

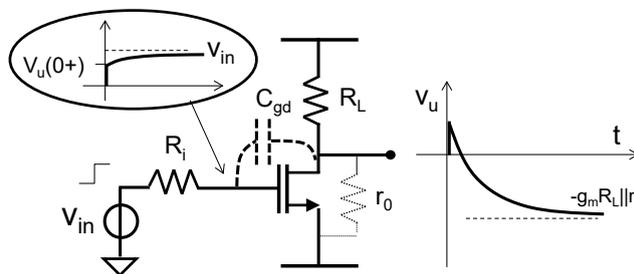


Fig. 6.16 *Stadio Source comune utilizzando un transistor reale, in cui sia presente solo la capacità C_{gd} . Sono disegnate la risposta nel tempo del Gate del MOSFET e dell'uscita nel caso di un gradino di tensione all'ingresso.*

6.4.4 Amplificatore con resistenza di Source (Emettitore) : sola capacità C_{gs} (C_{π})

Negli amplificatori con resistenza sul Source (Emettitore) pilotati da una sorgente con resistenza di uscita, R_i , finita (Fig.6.17), la capacità C_{gs} viene a trovarsi tra due punti del circuito che si muovono entrambi in tensione. Il calcolo della funzione di trasferimento segue quindi le linee delineate nel paragrafo precedente. Vediamo che :

- i) il **guadagno** in DC è pari a $G(0) = -\frac{R_L}{\frac{1}{g_m} + R_S}$
- ii) **il circuito non ha zero**. Perché esso ci sia deve esistere una frequenza complessa "s" che annulli il trasferimento di segnale verso l'uscita. Affinchè ciò si verifichi bisogna che non scorra corrente in R_L . Bisogna cioè che il MOSFET venga pilotato da tensione zero per qualunque ampiezza del segnale di ingresso. Questo avviene solo a frequenza infinita, in corrispondenza della quale effettivamente l'impedenza del condensatore è nulla e non si pilota più il transistor. Quando uno zero è all'infinito non lo si riporta nell'espressione del trasferimento.
- iii) la **risposta nel tempo** ad un gradino positivo di ingresso è come riportata nel grafico della Fig.6.17. Infatti sul fronte del gradino il comando del MOSFET è nullo e quindi V_u non si muove. Negli istanti successivi C_{gs} si carica, aumentando la tensione ai suoi capi e quindi attivando una corrente via via maggiore nel MOSFET che sposta in giù l'uscita con il suo tempo di risposta caratteristico.

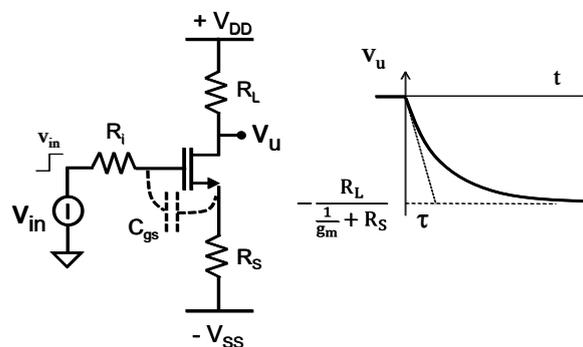
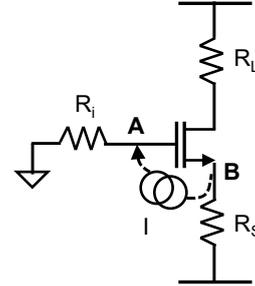


Fig. 6.17 Amplificatore con resistenza al Source alimentato con un generatore di tensione reale, in cui sia presente solo la capacità C_{gs} . Risposta nel tempo dell'uscita ad un gradino di tensione all'ingresso.

Con riferimento alla figura accanto, la **resistenza vista dalla capacità C_{gs}** può essere calcolata impostando il bilancio ai due nodi A e B:

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ I + \frac{V_B}{R_S} = (V_A - V_B) \cdot g_m \end{cases}$$



da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_S \cdot \frac{(1 - g_m R_i)}{(1 + g_m R_S)}$$

ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R_{gs} = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{R_i + R_S}{1 + g_m R_S} = \frac{R_S}{1 + g_m R_S} + R_i \left(1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right) \quad (6.16)$$

La **costante di tempo** dell'addendo introdotto dalla capacità C_{gs} sarà :

$$\tau_{gs} = C_{gs} \left[R_i \left(1 - \frac{R_S}{1/g_m + R_S} \right) + R_S \parallel 1/g_m \right] \quad (6.17)$$

La costante di tempo di C_{gs} è piccola ed è giusto che sia piccola. Infatti ricordiamoci che tra Gate e Source il guadagno è prossimo a 1 (il guadagno in tensione tra V_A e V_B è esattamente $G_{AB} = R_S / (1/g_m + R_S)$) : la capacità C_{gs} non ha bisogno di molta carica perché deve variare la tensione ai suoi capi di pochissimo! In particolare, il generatore di tensione v_{in} deve fornire la stessa carica $Q = (1 - R_S / (1/g_m + R_S)) v_{in} C_{gs}$ che erogherebbe ad una capacità piccola e pari a $C_{eq} = (1 - G_{AB}) C_{gd}$ posta tra Gate e massa.

Se R_i fosse nulla, il piatto del condensatore verso il generatore di segnale potrebbe caricarsi istantaneamente ma è costretto ad aspettare l'arrivo di carica sul piatto di destra che invece è limitato dalla resistenza vista nel nodo B pari al parallelo tra $1/g_m$ ed R_S . Questo termine limitante nel caso di $R_i = 0$ è proprio quello che compare come termine nell'equazione (6.17) della costante di tempo. La (6.17) in questo modo contempla tutti i possibili casi.

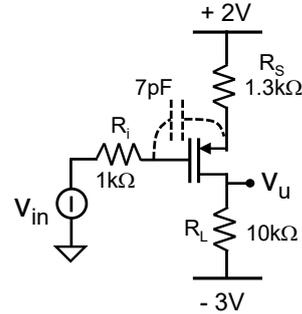
iv) Se ormai ci siamo abituati, possiamo scrivere direttamente la **funzione di trasferimento** dell'amplificatore della Fig.6.17 nella forma canonica :

$$T(s) = - \frac{R_L}{\frac{1}{g_m} + R_S} \cdot \frac{1}{1 + s C_{gs} \left[R_i \left(1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right) + R_S \parallel \frac{1}{g_m} \right]} \quad (6.18)$$

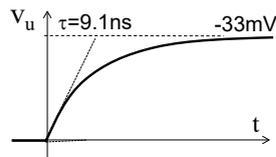
E 6.23

Considerare il circuito accanto ($V_T=0.6V$, $k=300\mu A/V^2$, $V_A=\infty$):

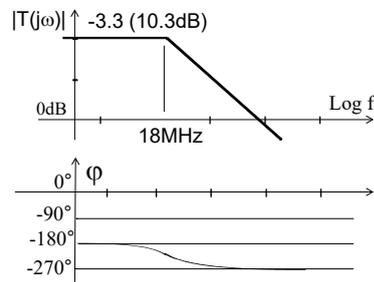
- Trovarne la polarizzazione;
- Calcolare il guadagno a bassa frequenza del circuito;
- Calcolare la costante di tempo del circuito;
- Calcolare la funzione di trasferimento del circuito;
- Disegnare in un diagramma quotato l'andamento nel tempo dell'uscita quando in ingresso viene applicato un gradino negativo ampio $10mV$;
- Disegnare i diagrammi di Bode quotati (modulo e fase);
- Calcolare la dinamica di ingresso a bassa frequenza.



- La polarizzazione del circuito porta a $I_D=300\mu A$ e $V_u=0V$ (con $1/g_m=1.66k\Omega$).
- $G(0)=-3.3$.
- $\tau = C_{gs} \left[R_S \parallel \frac{1}{g_m} + R_i \left(1 - \frac{g_m R_S}{1+g_m R_S} \right) \right] = 9.1ns$
- $T(s) = -3.3 \cdot \frac{1}{1+s \cdot 9.1ns}$
-



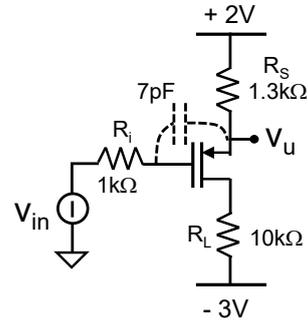
f)



- Semionda positiva all'ingresso : il circuito tende a spegnersi. Il limite è raggiunto con $I_D=0$, a cui corrisponde $v_{in}=+1.4V$. Semionda negativa all'ingresso : l'uscita tende a venire incontro al Gate per cui $v_{in}+v_{in} \cdot 3.3=0.6V$, da cui $v_{in}<140mV$.

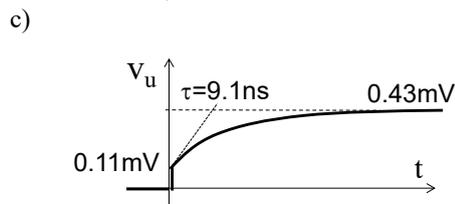
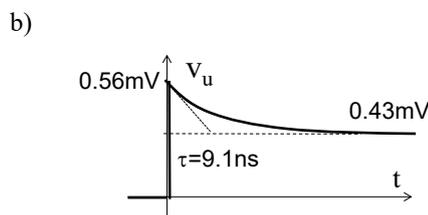
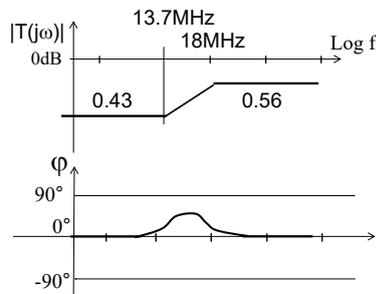
E 6.24 Considerare il circuito accanto ($V_T=0.6V$, $k=300\mu A/V^2$, $V_A=\infty$), identico al precedente ma avente ora l'uscita al Source.

- Scrivere la funzione di trasferimento e tracciarne i diagrammi di Bode;
- Disegnare l'andamento nel tempo del segnale all'uscita quando in ingresso viene applicato un gradino positivo di $1mV$;
- Disegnare di nuovo l'andamento nel tempo dell'uscita qualora la resistenza R_{in} fosse di $10k\Omega$.



- The circuit has the same pole as the previous one (the pole depends on the circuit) but will have a different zero (the zero depends on where the input is taken and where the output is taken). The transfer function will therefore be given by:

$$T(s) = 0.43 \cdot \frac{1 + sC_{gs}/g_m}{1 + s \cdot 9.1ns}$$



Per avere l'uscita a gradino perfetta cosa dovrete fare ?

6.4.5 Amplificatore con resistenza di Source (Emettitore) : sola capacità C_{gd} (C_{μ})

Negli amplificatori con resistenza sul Source (Emettitore), anche la capacità C_{gd} (C_{μ}) viene a trovarsi tra due punti del circuito che si muovono entrambi in tensione. Per il calcolo della funzione di trasferimento vediamo che :

- i) il **guadagno** in DC è ancora pari a $G(0) = -\frac{R_L}{\frac{1}{g_m} + R_S}$;
- ii) la **risposta nel tempo** ad un gradino positivo di ingresso è qualitativamente simile a quella trovata per il circuito della Fig.6.14. Cambia l'ampiezza della piccola salita iniziale, ora pari a

$$v_u(0+) = v_{in} \frac{(\frac{1}{g_m} + R_S) \parallel R_L}{R_i + (\frac{1}{g_m} + R_S) \parallel R_L} \tag{6.19}$$

perché sul fronte del gradino la capacità si comporta da cortocircuito ed il transistor mostra una impedenza pari a $(1/g_m + R_S)$ in parallelo ad R_L .

- iii) la **resistenza vista ai capi della capacità C_{gd}** è calcolata sostituendo alla capacità un generatore di sonda di corrente e calcolando la corrispondente variazione di tensione tra i due punti A e B. La resistenza cercata non sarà altro che $Z=(V_A-V_B)/I$. Poiché entrambi i punti A e B si spostano in tensione, è necessario impostare il sistema di bilancio ai due nodi A e B:

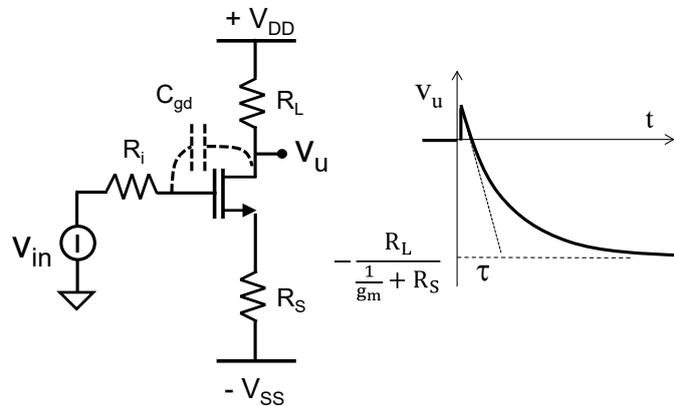
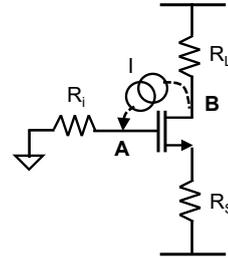


Fig. 6.18 Amplificatore con resistenza di Source alimentato con un generatore di tensione reale, in cui sia presente solo la capacità C_{gd} . Risposta nel tempo dell'uscita ad un gradino di tensione all'ingresso.

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ \frac{-V_B}{R_L} = I + V_A \frac{1}{1/g_m + R_S} \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_L + I \cdot R_i \cdot \frac{R_L}{1/g_m + R_S}$$



ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R_{gd} = \frac{V_A - V_B}{I} = R_i \left(1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_S} \right) + R_L \quad (6.20)$$

dove all'interno della parentesi tonda si nota nel secondo addendo il guadagno G_{AB} di tensione tra Gate e Drain, $(1-G_{AB})$.

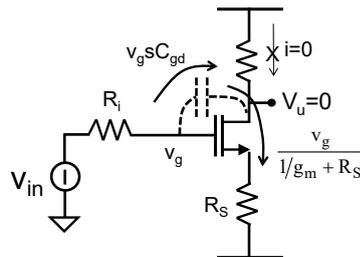
La costante di tempo sarà quindi data da :

$$\tau_{gd} = C_{gd} \left[R_i \left(1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_S} \right) + R_L \right] \quad (6.21)$$

Essa sarà grande, maggiore del semplice prodotto $C_{gd}R_i$, perché grande deve essere la variazione di tensione ai capi di C_{gd} a transitorio esaurito e conseguentemente grande deve essere la carica da accumulare sulle sue armature. Quando lo stadio è forzato dal segnale di tensione v_{in} il potenziale del morsetto di Drain è diminuito del guadagno $G_{AB} = -R_L/(1/g_m + R_S)$ tra V_A e V_B , generando una variazione effettiva della tensione ai capi di C_{gd} pari a $(1 + R_L/(1/g_m + R_S))v_{in}$. Pertanto sulle armature di C_{gd} la variazione di carica è di $Q = (1 - G_{AB})v_{in}C_{gd}$. Ci si attende, quindi, che la capacità C_{gd} contribuisca alla costante di tempo associata alla rete di ingresso con un termine del tipo $(1 + R_L/(1/g_m + R_S))C_{gd}R_i$.

Se R_i fosse nulla, il piatto del condensatore verso il generatore di segnale potrebbe caricarsi istantaneamente ma è costretto ad aspettare l'arrivo di carica sul piatto di destra che invece è limitato dalla resistenza vista nel nodo B pari a R_L . Questo termine limitante compare come addendo nell'equazione (6.21) della costante di tempo, così da contemplare tutti i possibili casi.

iv) **Calcolo dello zero dell'amplificatore** : la frequenza complessa "s" che rende nullo il trasferimento di segnale all'uscita, $v_u(s)=0$, si trova imponendo che non passi corrente in R_L equivalente a pensare $v_u=0$. Quindi la corrente di segnale iniettata dal Gate verso

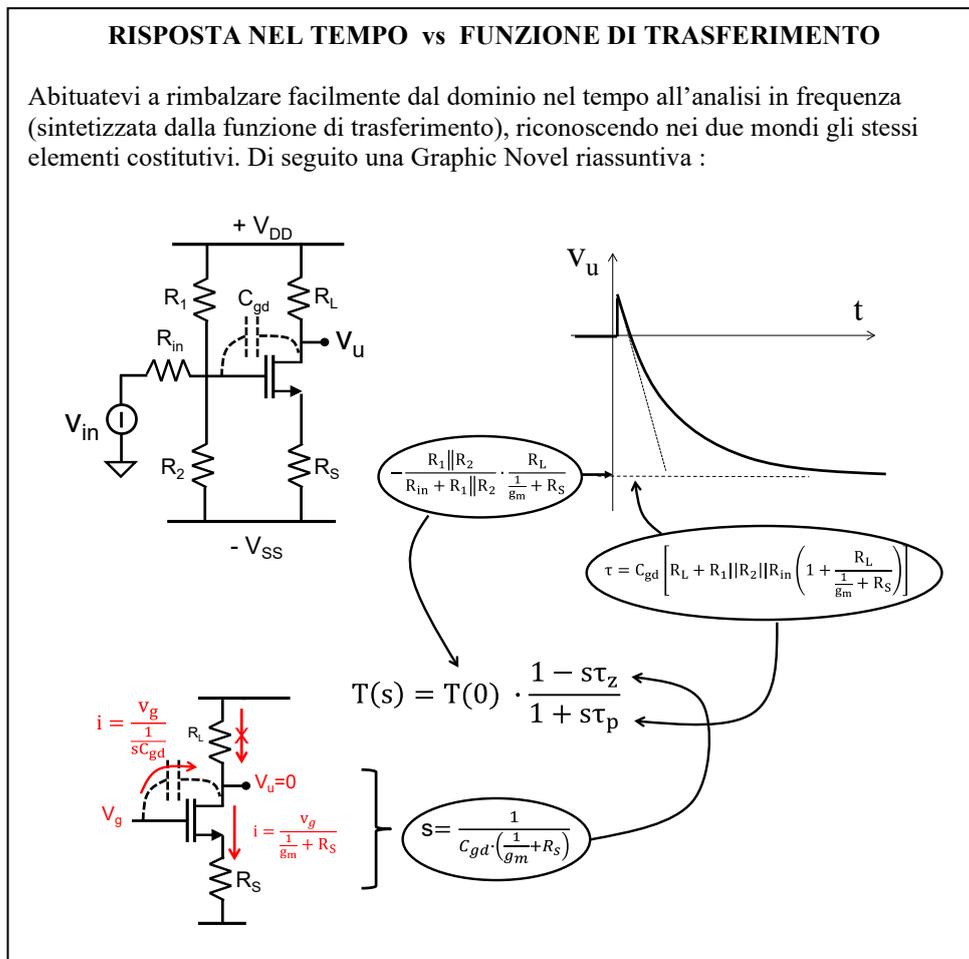


l'uscita attraverso la capacità C_{gd} , pari a $i = V_g / (1/sC_{gd})$, deve essere esattamente pari a quella prelevata dal Drain del MOSFET per effetto dello stesso segnale v_{in} , pari a $i = v_g / (1/g_m + R_s)$, ovvero

$$v_g s C_{gd} = v_g \frac{1}{1/g_m + R_s}$$

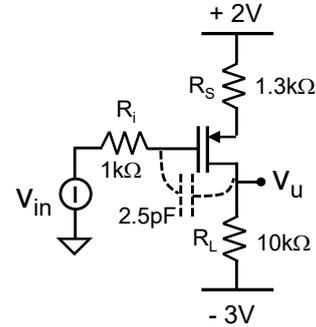
Questa eguaglianza è verificata per la frequenza complessa $s = 1/[C_{gd}(1/g_m + R_s)]$. Si tratta di uno **zero reale positivo**, posto nel semipiano destro del piano di Gauss, avente quindi la particolarità di sfasare il segnale di ingresso di 90° , producendo lo stesso effetto sullo sfasamento di un segnale di quello prodotto da un polo.

Per il calcolo della **funzione di trasferimento** si veda il riquadro seguente :



E 6.25 Considerare il circuito accanto ($V_T=0.6V$, $k=300\mu A/V^2$, $V_A=\infty$):

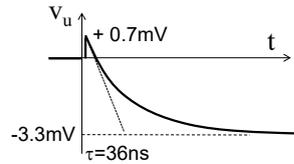
- Trovarne la polarizzazione e calcolare la potenza dissipata in assenza di segnale;
- Calcolare il guadagno a bassa frequenza del circuito;
- Calcolare la funzione di trasferimento del circuito;
- Disegnare in un diagramma quotato l'andamento nel tempo dell'uscita quando in ingresso viene applicato un gradino positivo ampio $1mV$;
- Disegnare i diagrammi di Bode quotati (modulo e fase);
- Calcolare la distorsione HD_2 a media frequenza quando in ingresso la sinusoide è ampia $70mV$.



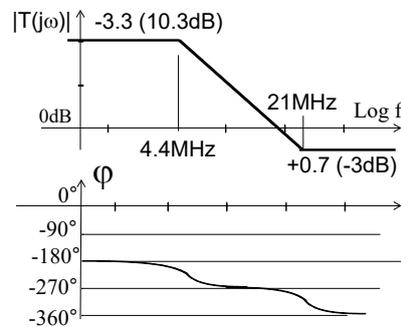
- La polarizzazione del circuito, identica a quella del circuito di E6.23, porta a $I=300\mu A$ e $V_u \approx 0V$ (con $1/g_m=1.66k\Omega$). La potenza consumata dal circuito e quindi dissipata in calore è $1.5mW$.
- $G(0)=-3.3$.

$$c) T(s) = -\frac{R_L}{\frac{1}{g_m} + R_S} \cdot \frac{1 - sC_{gd}\left(\frac{1}{g_m} + R_S\right)}{1 + sC_{gd}\left[R_L + R_i\left(1 - \frac{R_L}{\frac{1}{g_m} + R_S}\right)\right]} = -3.3 \cdot \frac{1 - s \cdot 7.5ns}{1 + s \cdot 36ns}$$

d)



e)



f) $HD_2=0.5\%$

Sarai un grande imprenditore-innovatore/trice ?

Giunti a metà del libro (ed implicitamente a metà del corso) mettetevi comodi e fatevi la domanda del titolo. Pensateci su qualche giorno e riflettete su voi stessi prima di proseguire nelle righe seguenti. Ciò che scrivo qui di seguito è farina del sacco di Michael Gibson e del suo libro *Paper Belt on Fire* e della sintesi che il giornalista Alberto Mingardi ne ha fatto sul Corriere del 22 maggio 2023.

Premessa, essendo io un professore universitario : le competenze sono qualcosa che si accumula; per farlo, nulla di meglio che investire in istruzione. Bravi quindi ad essere qui in Università. Ma ... il merito accademico non necessariamente produce un grande innovatore nè un grande imprenditore/imprenditrice.

Gibson ci dice che :

- Ogni imprenditore di successo ha successo alla sua maniera (quindi, dico io, non cercate di copiare gli altri, sarete sempre in ritardo e sfasati !)

Gibson ci dice che ci sono dei tratti comuni negli innovatori-imprenditori:

- L'abilità di fronteggiare l'incertezza senza essere né pavidì né eccessivamente sicuri, *dosando sfrontatezza e prudenza*;
- La flessibilità nell'*adattare il proprio stile di leadership* alla crescita dell'azienda: non appesantire di formalismi una start up, non pensare che possa continuare a crescere senza procedure raggiunta una certa soglia;
- La hyperfluency, ovvero la capacità di parlare a gruppi diversi e di *rappresentare con sintesi e semplicità le questioni più complesse* (uno dei più importanti talenti inconsapevoli di un grande leader, pare);
- L'intelligenza sociale ed emotiva di *intrattenere relazioni con il banchiere ma anche con l'usciera*, con la segretaria oltre che con la scienziata ed i collaboratori;
- Una *motivazione* molto grande da consentire di superare le difficoltà: "Fondare un'impresa è come mangiare vetro affacciati sul ciglio dell'abisso: non basta il bisogno, e nemmeno l'avidità, per tener duro in certi momenti" pare disse Elon Musk; oppure Reid Hoffman "I believe starting a company is like jumping off a cliff and assembling a plane on the way down - your willingness to jump is your most valuable asset as an entrepreneur"
- Trovare sempre un modo. **I grandi fondatori sono quelli che trovano sempre un modo.** Questa pare sia la massima virtù.

Concludendo questo sesto capitolo hai concluso la tua sesta fatica. Sentiti sempre come Ercole.

Come sesta fatica per Ercole, Euristeo scelse di fargli scacciare gli uccelli dalla Palude di Stinfalo, un luogo quasi inaccessibile sia da terra che per nave. Questi erano volatili antropofagi che si cibavano delle carni straziandole con artigli bronzei e le cui piume, anch'esse di bronzo, potevano essere scagliate come dardi taglienti per ferire le prede.

Ercole decise di arrampicarsi su un'altura per osservare la situazione dall'alto e mentre si arrovellava su come compiere la sua missione, gli apparve Atena, che gli confidò che il punto debole degli uccelli della palude di Stinfalo risiedeva nel loro udito. Gli fece perciò dono di un paio di nacchere espressamente forgiate per lui. Grazie alla forza di Ercole, quando le nacchere vennero percosse si generò un boato assordante, che fece levare in volo lo stormo di uccelli bronzei in preda al panico. Ciò permise ad Ercole di ucciderli con frecce imbevute del veleno dell'Idra di Lerna. Gli uccelli provarono a difendersi scagliando le loro piume letali, ma la pelle del leone di Nemea, di cui l'eroe si vestiva, impedì che venisse ferito. Così lo stormo decimato si allontanò verso altri lidi, abbandonando la palude per sempre. Un'altra fatica era stata compiuta.

